

# Investigación de Operaciones 1



ELABORADO POR:

I.I. ÁNGEL GARCÍAFIGUEROA HERNÁNDEZ

[En este manual podrás encontrar aplicaciones para diversos temas de Investigación de Operaciones 1, tales como solucionador paso a paso con el método Simplex para programación lineal, aplicaciones para método gráfico y otros]

[Aplicaciones con  
Texas Instruments  
Voyage 200]

2010

Materia para:  
Ingeniería Industrial  
Ingeniería Mecánica

Simplex

Invierno 2009

**LEER NOTA IMPORTANTE  
EN PÁGINA SIGUIENTE**

**NOTA IMPORTANTE:** Para usar las aplicaciones completas contenidas en éste manual para la materia de Investigación de Operaciones 1 **debes haber instalado el programa “simplex2”** con anterioridad en la calculadora. Si no lo haz hecho por favor consulta el **MANUAL DE INSTALACIÓN DE SOFTWARE PARA CALCULADORAS TEXAS INSTRUMENTS VOYAGE 200**, ó también su versión en DVD, ó dirígete a la página de internet [www.texasfcqei.com](http://www.texasfcqei.com) donde también puedes descargar el programa y está explicado el cómo transferirlo a tu calculadora, además en este sitio se encuentra éste mismo curso en línea con video tutoriales y ejercicios interactivos. Es muy sencillo instalar el programa y te tomará poco tiempo. Asegúrate de solicitar un cable **TI-USB Silver Link** para transferir exitosamente el programa, éste se encuentra de igual forma en donde solicitaste tu calculadora.

La razón por la cual no instalé el programa en todas las calculadoras es porque esta materia es una materia exclusivamente para la etapa disciplinaria de la carrera de **Ingeniería Industrial**, por respeto a los estudiantes de otras carreras que pudieran llegar a ocupar las calculadoras no sería grato para ellos encontrarlas llenas de programas para **Ingeniería Industrial** y dejarlas sin memoria disponible para otros programas especializados en su área. Es por esto que también te pido que cuando termines el préstamo de tu calculadora desinstales el programa ya que la memoria de la calculadora es limitada.

Tabla de funciones matemáticas poco usadas para la TI-V200

Función	Forma de escritura en HOME	Descripción simple	Ejemplo.
Valor absoluto	abs(expr)	Sólo debes teclear esta combinación de letras seguido de los respectivos paréntesis de apertura y cierre con la expresión dentro.	
Logaritmo	log(expr) ó log(expr,base)	Sólo debes teclear esta combinación de letras seguido de los respectivos paréntesis de apertura y cierre con la expresión dentro, seguido de una coma y la base del logaritmo, si se omite se toma como base 10.	
Raíz de cualquier orden $\sqrt[m]{expr^n}$	(expr)^(n/m)	Debes teclear primero la expresión que va a elevarse a la raíz dada, luego el símbolo de potencia y entre paréntesis la división correspondiente de la raíz que tengas.	
Cosecante	csc(expr)	Sólo debes teclear esta combinación de letras seguido de los respectivos paréntesis de apertura y cierre con la expresión dentro.	
Secante	sec(expr)		
Cotangente	cot(expr)		
arc coseno	cos <sup>-1</sup> (expr)	Para las primeras tres funciones simplemente teclaea "2nd" + tecla seno coseno ó tangente correspondiente. Para las últimas 3 debes entrar al menú de funciones trigonométrica con "2nd" + número 5 de la parte numérica y entrar al submenú Trig. y dar ENTER sobre la opción deseada.	
arc seno	sen <sup>-1</sup> (expr)		
arc tangente	tan <sup>-1</sup> (expr)		
arc cosecante	csc <sup>-1</sup> (expr)		
arc secante	sec <sup>-1</sup> (expr)		
arc cotangente	cot <sup>-1</sup> (expr)		

## Índice General

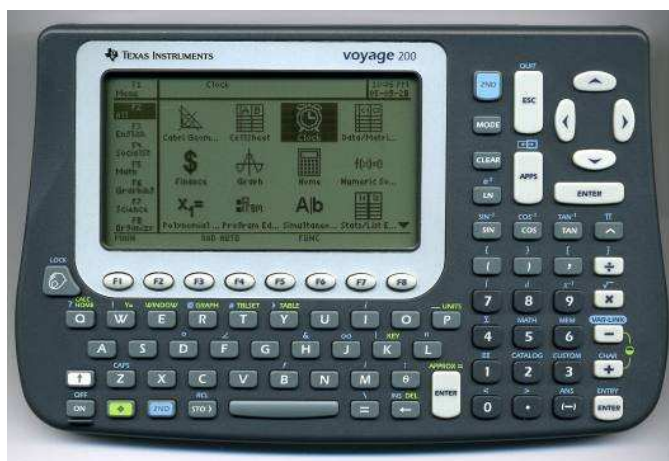
I.	Introducción.....	5
II.	Detalle Técnico.....	7
III.	Detalle General de Teclas.....	9
IV.	Introduciendo datos y expresiones correctamente.....	11
V.	Índice de Investigación de Operaciones 1.....	21
VI.	Contenido.....	23-44
VII.	Ejercicios propuestos.....	45
VIII.	Bibliografía.....	48

## Introducción

Bienvenido al curso **Texas Instruments Voyage200**, éste curso tiene la finalidad de que aprendas el manejo eficiente y práctico de esta calculadora graficadora muy poderosa, ya que posee un gran campo de aplicación en todas las ingenierías y por ende en la mayoría de las materias que verás a lo largo de tu carrera, para que estudies como ingeniero y trabajes como tal.

Esta calculadora si bien tiene mucha funcionalidad y gran ventaja, es importante dejar en claro que **no debe ser usada como un medio de hacer trampa o como un sustituto del aprendizaje impartido por el maestro, sino de un apoyo claro y específico en cada materia** para agilizar cálculos y para entender mejor los temas vistos en clase. Las materias en las que te puede ayudar grandemente de **tronco común (1°, 2° y 3° semestre)** son las siguientes:

1. Química General
2. **Algebra Lineal**
3. **Calculo Diferencial**
4. **Calculo Integral**
5. **Ecuaciones Diferenciales**
6. **Probabilidad y Estadística 1**
7. **Probabilidad y Estadística 2**
8. **Física 1**
9. Física 2
10. Física 3
11. **Fisicoquímica**
12. **Termodinámica**  
Y de las demás materias disciplinarias  
(Programa Académico de Ingeniería Industrial):
13. Diseño de Experimentos
14. **Computación 2**
15. **Resistencia de Materiales 1**
16. Circuitos Eléctricos 1
17. **Investigación de Operaciones 1**
18. Investigación de Operaciones 2
19. Tecnología de los Materiales
20. **Ingeniería Económica 1**
21. **Ingeniería Económica 2**
22. **Control Estadístico del Proceso**
23. Medición del Trabajo
24. Metrología
25. Administración Financiera



Las materias en **Negritas** son las que recomiendo fuertemente para el uso de esta calculadora porque facilita mucho el trabajo y también existen programas específicos y didácticos para cada una.

## PRÉSTAMO

Existen 54 calculadoras TI-V200 disponibles para préstamo en el resguardo de ésta facultad, tú puedes pedir que se te preste de forma inmediata una calculadora, se te presta **gratuitamente** por espacio de **1 mes** y puedes renovar el préstamo cuantas veces desees. Para esto debes acudir con el encargado del material tecnológico y audiovisual, él se encuentra en el segundo piso de la facultad casi enfrente del centro de cómputo junto a la jefatura de Ingeniería Industrial, se atiende de 7:00 A.M. a 2:00 P.M., lo único que necesitas para que te presten la calculadora es lo siguiente:

- Copia de tu credencial de la Universidad
- Copia de tu toma de materias actual
- Copia de tu Inscripción/Reinscripción actual

Como verás es muy sencillo y en definitiva recibes a cambio una gran ayuda.

## Detalle Técnico

Cuando pidas prestada una calculadora debes fijarte que contenga:

- ✓ 1 Calculadora
- ✓ 1 Carcasa
- ✓ 4 Pilas AAA recargables ó alcalinas (en caso de estar disponibles)
- ✓ 1 Bolsita protectora

Este es el préstamo básico, sin embargo si tú deseas instalarle algún programa desde tu computadora debes solicitar también:

- ✓ 1 Cable TI-USB Silver-Link

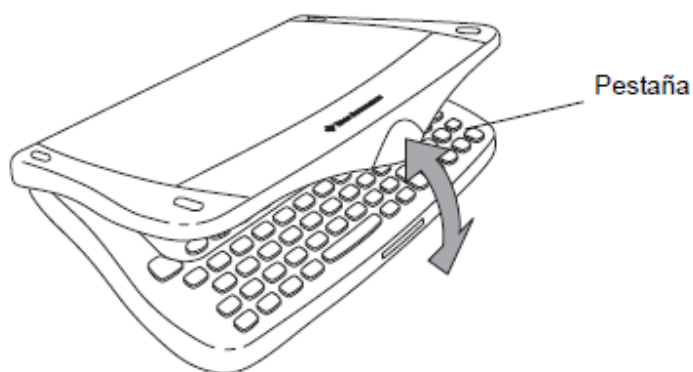
Para instalación de programas complementarios ó extras, consultar el **MANUAL DE INSTALACIÓN DE SOFTWARE PARA CALCULADORA TEXAS INSTRUMENTS VOYAGE 200**.

### Pasos al Iniciar sesión:

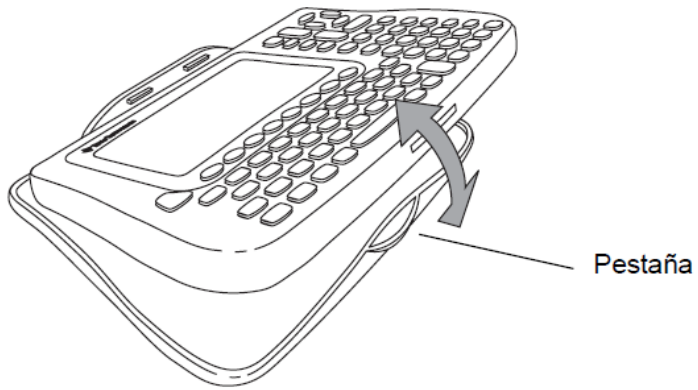
1. Coloca las 4 pilas AAA adecuadamente. Estas se encuentran dentro de la bolsa protectora de la calculadora. La parte donde se colocan las pilas es en la parte posterior de la misma.

**IMPORTANTE:** No muevas la pila de botón.

2. Retira la carcasa de la calculadora:



3. Colócala por atrás para protegerla mejor.





## Detalle General de Teclas



La tecla **DIAMANTE** (una tecla verde al lado de la tecla ON), al presionarla una vez activa todas las teclas que tengan leyenda verde sobre las teclas normales. Su función es múltiple y generalmente te permite desplazarte entre programas y configurar ciertas aplicaciones de la parte gráfica.

La tecla **2nd** (tecla azul al lado de la tecla DIAMANTE), al presionarla una vez activa todas las teclas que tengan leyenda azul. Su función principal es complementar las expresiones numéricas, y en algunos casos entrar a menús avanzados.

Las teclas **F1-F8**, se pueden utilizar cuando en la pantalla aparezcan opciones variadas en la parte superior, generalmente se usan sólo para abrir menús en los programas.

Las teclas del **Cursor** sirven para moverte en gráficas, sobre la línea de entrada y en el historial de Home, así como en otros programas, te irás familiarizando con el poco a poco.

La tecla **APPS**, despliega el menú general de la calculadora, donde se encuentran todas las aplicaciones y programas de la misma.

La tecla **MODE**, despliega la pantalla para modificar la configuración general de la calculadora.

La tecla **Shift**, tiene la misma funcionalidad que la tecla shift del teclado de una computadora, al dejarlo presionado y desplazarte con el cursor de un lado a otro puedes seleccionar una serie de

datos o expresiones para después copiarlos con la combinación DIAMANTE + letra C, y pegarlos en cualquier otra aplicación con la combinación DIAMANTE + letra V.

La tecla **CLEAR** sirve de forma general para borrar la línea de entrada de la calculadora y en algunas otras aplicaciones borra gráficas y elementos marcados para graficar.


La tecla **ESC** se usa para cancelar opciones hechas o errores cometidos dentro de un programa.

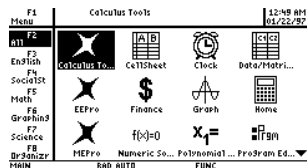
# Introduciendo datos y expresiones correctamente

Se ha dedicado un capítulo completo a la explicación de cómo introducir datos y expresiones correctamente debido a que se han identificado numerosos errores de escritura en muchos estudiantes a la hora de teclear los datos, lo cual es de vital importancia ya que de teclear incorrectamente la información nos puede arrojar resultados incorrectos o muy diferentes a lo que queremos en realidad, independientemente del programa en el que estemos éstas reglas son para cualquier aplicación en el que se esté trabajando, es conveniente tomarse un tiempo para entender y practicar estos sencillos ejercicios para que escribas correctamente la información en cada tarea que resuelvas.

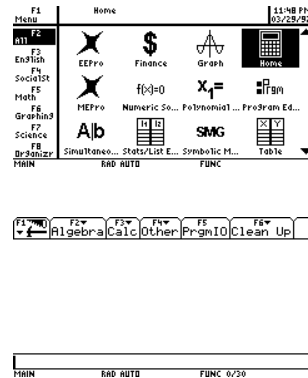
## Signo Menos

Es importante que a la hora de teclear una expresión en la calculadora se teclee el signo menos adecuado en cada caso. Se debe seguir la siguiente regla:

“Cuando se escriba una expresión en la que se inicie con signo negativo debe usarse la tecla con signo negativo entre paréntesis ”. Esto mismo se usa con las calculadoras científicas habituales. Veremos un par de ejemplos. Enciende tu calculadora, tecla ON:



Muévete con el cursor a través de las aplicaciones y posíciónate en HOME y da ENTER:

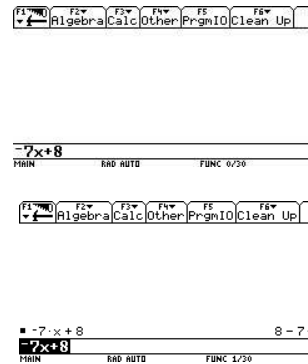


Por ejemplo, si queremos escribir:

$$-7x + 8$$



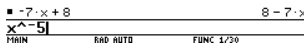
Damos ENTER .



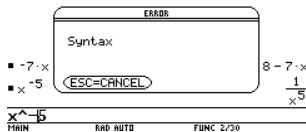
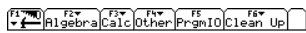
Vemos que se despliega correctamente y se reacomoda en la línea de entrada. Este error del uso del signo menos es muy común y debe usarse ya sea en el inicio de una expresión o en la de un exponente que queramos a una potencia negativa o después de que se ha cerrado un paréntesis. Para borrar la línea de entrada teclaa CLEAR.

Si se hubiera puesto el otro signo menos hubiera salido un resultado completamente diferente e incorrecto. Otro ejemplo:


$$x^{-5}$$



Vemos que se lee correctamente, si hubiéramos puesto el signo contrario:



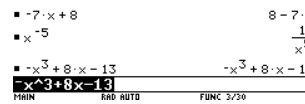
Vemos que nos indica que hay un error de sintaxis en la línea de entrada.

“En cualquier otra posición de una expresión que no sea el inicio, el signo negativo que debe usarse es el de la tecla blanca .

Por ejemplo:

$$-x^3 + 8x - 13$$

Para el primer término como esta al inicio se usa el signo menos de la tecla negra y para el último término se usa el signo menos de la tecla blanca:



Como tip podemos decir que en la línea de entrada el signo menos de la tecla negra está un poco más pequeño y más arriba que el de la tecla blanca.

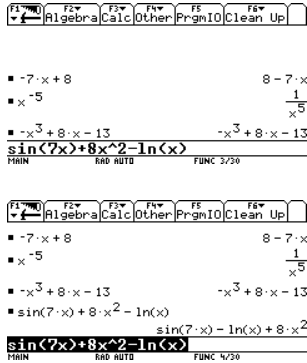
### Paréntesis

El uso correcto de los paréntesis es muy importante ya que de igual manera va a definir nuestras expresiones. Los paréntesis dividen expresiones completas en la línea de entrada de la calculadora, hay algunas funciones como la función exponencial, logaritmo natural o las trigonométricas que cuando lo tecleas inmediatamente te abre un paréntesis y lo hace con la finalidad de que definas correctamente lo que va dentro de esa función. Es importante recordar que **“Todo paréntesis que se abre debe cerrarse”**. Por ejemplo supongamos que deseamos escribir:

$$\sin 7x + 8x^2 - \ln x$$

Al teclear la función de seno se abre automáticamente el paréntesis e inmediatamente después debemos escribir

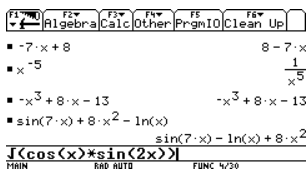
el argumento del seno para después cerrarlo con el paréntesis de cierre:



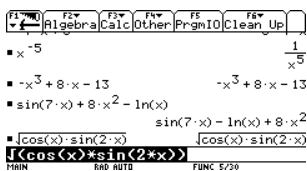
Es importante también cerrar ordenadamente cada paréntesis que se abra, veamos otro ejemplo:

$$\sqrt{\cos x \cdot \sin 2x}$$

Abrimos la raíz dando en 2nd + tecla de signo de multiplicación y si te fijas se abre el paréntesis inmediatamente después del símbolo de la raíz y luego debemos escribir la expresión de adentro y cerrar con el paréntesis final para indicar que todo va dentro de la raíz:



Fíjate en el orden de los paréntesis, el primero es el que encierra a todos los demás, damos ENTER:



### Signo de División

Este es otro error algo común a la hora de escribir las expresiones, y hay que seguir otra regla muy simple cuando usamos el signo de división:

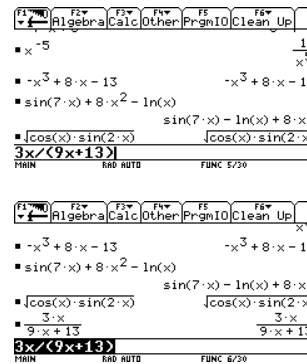
**“Cuando haya más de un término en el numerador o denominador en una división, estas expresiones deben encerrarse entre paréntesis”**

Por ejemplo si deseamos escribir:

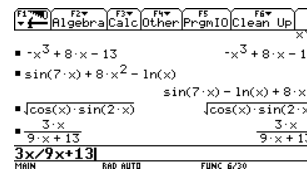
$$\frac{3x}{9x + 13}$$

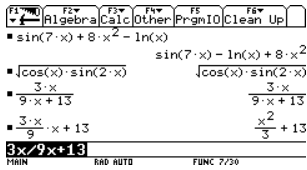
Como hay un solo término en la parte de arriba no es necesario teclear el paréntesis, pero como en la parte de abajo hay más de uno, debemos teclear los paréntesis en la parte de abajo, la forma de escritura se podría resumir con este tip:

*(+ de un término)/(+ de un término)*



Vemos en la pantalla como se ve correctamente la escritura de la expresión que queremos. ¿Qué hubiera pasado si no ponemos los paréntesis? Observa:



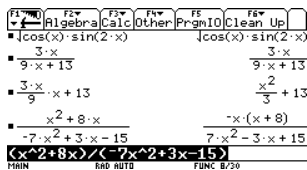
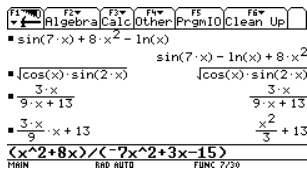


Vemos que al dar ENTER la calculadora entiende otra cosa completamente distinta. Es un muy buen tip que observes lo que escribiste al dar ENTER en la parte izquierda de la pantalla y veas si esa expresión es la que quieres.

Otro ejemplo:

$$\frac{x^2 + 8x}{-7x^2 + 3x - 15}$$

Como en el numerador y denominador hay más de un término deben escribirse ambos paréntesis al inicio y al final de cada expresión, damos ENTER:



Nótese que en el denominador como la expresión inicia con un término con signo negativo se empieza usando el menos de la tecla negra, y el siguiente es con la tecla menos blanca. Recordemos que los paréntesis dividen expresiones completas, por eso aunque este en medio de la línea de entrada se usa el signo negativo negro. También notamos que la calculadora factoriza la parte de arriba y cambia signos

por comodidad, siendo esto una igualdad exacta.

### Exponentes

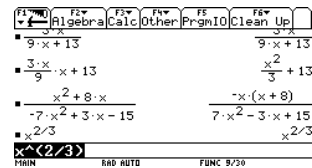
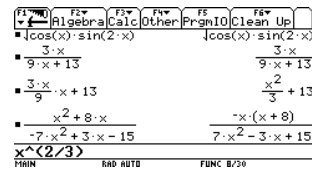
Otro error relativamente común son los exponentes. Por ejemplo si queremos escribir:

$$\sqrt[3]{x^2}$$

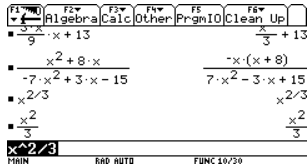
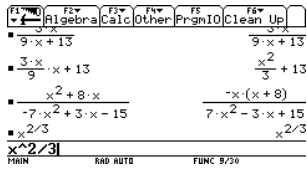
Como veras a simple vista en la calculadora no existe una tecla con raíz cúbica, solo esta la de raíz cuadrada, para escribir una raíz del orden que sea se debe usar el exponente con la sencilla regla:

$$\sqrt[m]{x^n} = x^{n/m}$$

**Cuando se escribe un exponente en fracciones en la calculadora, de igual manera debe ponerse entre paréntesis después del símbolo de exponente:**



Al dar ENTER vemos la expresión correcta de la equis con su exponente. De igual manera se recalca la importancia de poner entre paréntesis esta expresión ya que de no hacerlo la calculadora entenderá otra cosa, observa:



Vemos que al no ponerlo la calculadora entiende que se trata de una equis cuadrada entre tres y no es la expresión adecuada. Por eso es **MUY IMPORTANTE** el escribir correctamente la información en la calculadora ya que de no hacerlo nos dará resultados incorrectos.

**Listas ó Matrices**

Cuando escribas en listas o matrices (generalmente las usaras en materias como Algebra Lineal, Investigación de Operaciones 1, Ingeniería Económica 1, Ingeniería Económica 2) es importante que recuerdes que **las comas “,” también dividen expresiones** y por lo tanto si por ejemplo escribes un dato con signo negativo es como si iniciara una nueva expresión y debe teclearse con el signo menos de la tecla negra.

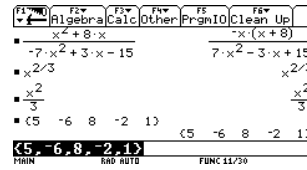
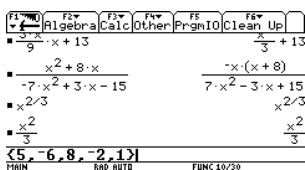
Por ejemplo al escribir la lista:

$$\{5, -6, 8, -2, 1\}$$

Se abren y cierran las llaves tecleando “2nd”

+ paréntesis de apertura o cierre

:



Vemos que al dar ENTER la lista se crea con los datos de signo correctos, de poner el otro signo menos ocurriría un error de sintaxis.

**Funciones solve, factor, expand**

Si estás trabajando en materias como calculo diferencial, cálculo integral, algebra lineal es posible que te sean útiles éstas funciones. En general se te explicarán en el curso de la materia que tomes si es que te son de ayuda. De todas maneras aquí se te explica un poco de cómo usarlas. Todas estas funciones están en el menú F2 Algebra, al dar ENTER sobre cada una se copia a la línea de entrada para usarse:



*Función Solve*

La función solve resuelve igualdades o inecuaciones en la línea de entrada de HOME lo único que necesitas es introducir la ecuación en la línea de entrada, la respectiva igualdad o inecuación, luego la respectiva coma e inmediatamente después la variable que deseas que la calculadora encuentre, de esta forma:

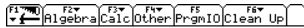
$$\text{solve}(\text{ecuación}, \text{variable})$$

Por ejemplo nos piden encontrar los valores de X que satisfacen la expresión:

$$x^3 + 6x^2 + 5x + 30 = 75$$

En la línea de entrada de HOME se debe introducir de esta forma:

$$\text{solve}(x^3 + 6x^2 + 5x + 30 = 75, x)$$



`solve(x^3+6x^2+5x+30=75,x)`

Ahora simplemente damos ENTER:



`solve(x^3+6x^2+5x+30=75,x)`  
 $x = 2,07166$   
`solve(x^3+6x^2+5x+30=75,x)`

Y se llega al resultado.

### Función Factor

La función factor como su nombre lo indica factoriza expresiones (de ser posible) y devuelve la multiplicación adecuada que daría como resultado esa expresión. Su forma de escritura es:

$$\text{factor}(expresion)$$

Como te puedes dar cuenta no tiene ni coma ni variable a buscar ya que no necesita de una variable para encontrar, sino que va a factorizar con las variables que tengas dentro de la expresión. Por ejemplo te piden factorizar la siguiente expresión:

$$x^3 + 9x^2 - 7x - 63$$

Para introducirlo en la línea de entrada de HOME sería así:

$$\text{factor}(x^3 + 9x^2 - 7x - 63)$$



`factor(x^3+9x^2-7x-63)`

Damos ENTER y vemos:



`factor(x^3+9x^2-7x-63)`  
 $(x + 9)(x^2 - 7)$   
`factor(x^3+9x^2-7x-63)`

Nos devuelve la factorización adecuada de binomios que daría como resultado ese polinomio.

### Función Expand

La función expand es la función inversa de factor, cuando introduzcas una expresión elevada a una potencia o una multiplicación de expresiones lo que va a hacer es desarrollar esa multiplicación para que la visualices por completo. Su forma de escritura es similar a la de factor:

$$\text{expand}(expresión)$$

Por ejemplo supongamos que necesitas desarrollar la expresión:

$$(2x^3 + 9)^3$$

En la línea de entrada de HOME se debe de introducir así:

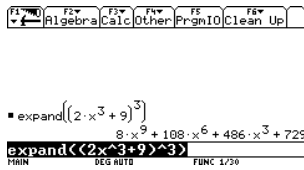
$$\text{expand}((2x^3 + 9)^3)$$



`expand((2x^3+9)^3)`



Damos ENTER y vemos:



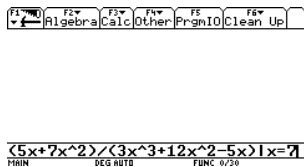
**Operador With**

El operador “with” es un comando condicionante, en la calculadora se puede combinar con varias funciones de la misma para restringir la búsqueda de una respuesta ó para sustituir un valor en una variable en una expresión dada. Su símbolo es |. Tú puedes combinarlo de la siguiente forma:

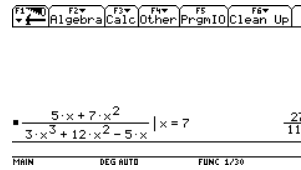
1. Pidiéndole que sustituya un valor en una variable, esto es útil cuando quieres sustituir un valor cualquiera en una expresión grande y tendrías que hacer varias operaciones a mano, por ejemplo:

$$\frac{5x + 7x^2}{3x^3 + 12x^2 - 5x}$$

Y quieres sustituir digamos 7 en donde haya equis y evaluarlo. Primero debes teclear la expresión completa en la línea de entrada y luego teclear este operador, el operador “with” sale tecleando “2nd” + letra K del teclado extendido. En la línea de entrada quedaría así:



Damos ENTER y vemos:



Como puedes ver opera la expresión, también antes de dar ENTER puedes presionar DIAMANTE y te devolverá un valor numérico aproximado.

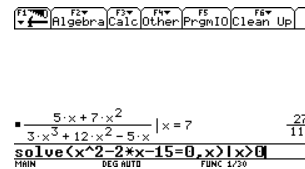
2. También lo puedes usar para restringir la búsqueda de respuestas. Por ejemplo buscas sólo la solución positiva de X para:

$$x^2 - 2x - 15 = 0$$

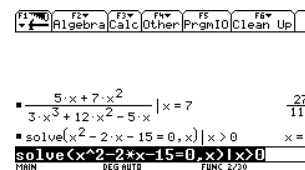
Para ésta igualdad como sabemos ocupamos la función solve y al finalizar de escribir la función restringimos la búsqueda a X>0:

$$solve(x^2 - 2x - 15 = 0, x) | x > 0$$

En la línea de entrada quedaría así:



Damos ENTER y vemos:

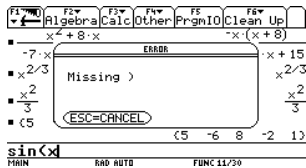


El símbolo de “>” sale con “2nd”+ símbolo de punto de la parte numérica.

**Mensajes de Error Comunes**

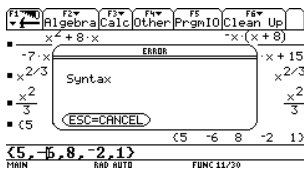
Los mensajes de error comunes suceden cuando en la línea de entrada cometiste un error de sintaxis o que falta una variable o alguna expresión necesaria.

Uno de los más comunes es el mensaje de "Missing)":



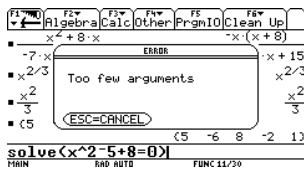
Nos indica que falta un paréntesis ya sea de cierre o apertura en la línea de entrada. Este error hace referencia a la regla que dice "Cada paréntesis que se abre debe cerrarse"

Otro error común es el de "Syntax":



Este error nos indica que hemos escrito algo mal en la línea de entrada, generalmente se debe a los signos negativos, es decir que hemos usado los inadecuados.

También tenemos éste otro error, el de "Too few arguments"



El cual nos indica que hacen falta argumentos para la función, esto se explicará con el uso mismo de los programas y

software para que sepas como y donde ponerlos.

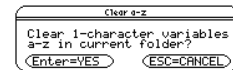
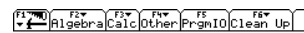
Un último factor importante en el uso de la calculadora es que después de que le des una orden ya sea dando ENTER o con cualquier otra tecla de resolución dejes que la calculadora "piense" o resuelva lo que le has pedido, cuando esta "ocupada" lo dice en la esquina inferior derecha, aparece el recuadro de **BUSY**, lo cual indica que esta ocupada y no debes teclear nada hasta que te devuelva una respuesta.

**Borrando Variables**

Es importante que de cuando en cuando después de haber usado tu calculadora elimines las variables con valores asignados que se hayan podido guardar en la memoria, esto ocurre algunas veces cuando ocupas la función solve ó cuando usas el **Numeric Solver**, para eliminar las variables estando en HOME simplemente teclaea F6 CleanUp y da ENTER sobre la primera opción "Clear a-z":



TYPE OR USE ++F1 • ENTER) =OK AND (ESC) =CANCEL



MAIN RAD AUTO FUNC 0/30

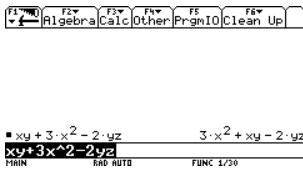
Al hacer esto borras automáticamente todos los valores que podrían contener las variables de la "A" a la "Z". Es importante que hagas esto cuando inicias un nuevo problema.

**Multiplicación Implícita de Variables**

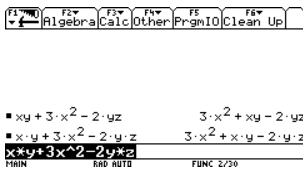
Otro error bastante común a la hora de teclear los datos es que nosotros al escribir a mano damos por hecho la multiplicación implícita de variables en una expresión, por ejemplo al escribir:

$$xy + 3x^3 - 2yz$$

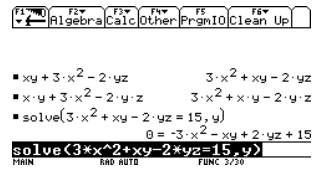
Nosotros por intuición y por lo que nos han enseñado sabemos sin problema que en la primer y último termino hay una multiplicación de variables X por Y y Y por Z. En la Texas debemos especificar ésta división de variables ya que si las tecleamos juntas la Texas pensará que se trata de una variable única llamada XY ó YZ:



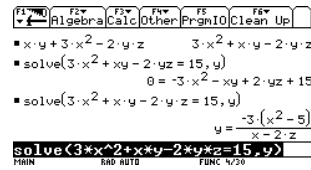
La forma correcta es teclear el signo de multiplicación entre ambas variables:



Podemos ver la diferencia, como tip puedes observar el pequeño punto entre la X y la Y, así como entre la Y y la Z indicando la independencia de cada variable. **Es importante teclear esto correctamente**, ya que en el uso de alguna función podría no reconocer la variable que quieres que resuelva, por ejemplo:



Podemos ver que al resolver una igualación a 15 y pedirle encontrar Y, no existe ésta variable ya que para la Texas solo hay variables X, XY y YZ, lo correcto sería:



**Cuando todo falla**

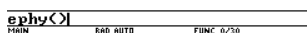
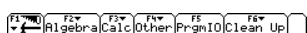
Se ha llegado a ver situaciones en donde la pantalla se “frizea” ó se queda trabada, esto ocurre generalmente cuando no esperaste una respuesta de la misma cuando estaba en estado **BUSY**, siempre debes esperar después de darle un comando de resolución o respuesta (ya sea ENTER o cualquier otro) a que te devuelva un valor o mensaje, **NO LA FUERCES**, se paciente y siempre fijate en el estado de la misma, éste se encuentra siempre activo en la esquina inferior derecha de la pantalla, da siempre un teclazo a la vez y ordenadamente. De todas maneras si se te llegara a trabar presiona al mismo tiempo estas 3 teclas “2nd” + ON + tecla de mano:



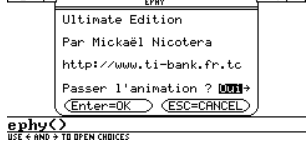
Esto reiniciará la calculadora completamente y sin problemas.

**Ephy**

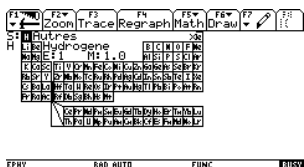
Pensando en el gran número de usos en el área de **Química** y sus modalidades combinadas (Fisicoquímica, Termodinámica, Química Orgánica, etc.) instalé en todas las calculadoras una práctica tabla periódica de los elementos que puedes consultar. Para entrar a ella estando en HOME teclea en la línea de entrada la combinación “EPHY()” y da ENTER:



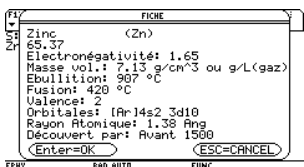
Da ENTER nuevamente para continuar:



Y verás:



Y puedes desplazarte por cada elemento, y para ver su información da ENTER sobre el símbolo del elemento que deseas ver y verás su ficha completa:

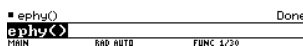


La desventaja es que está en francés, pero los símbolos químicos no cambian, son

iguales para todos, además de que es bastante entendible, la información es explícita, la información de cada elemento es la siguiente:

- Nombre
- Masa Atómica
- Electronegatividad
- Densidad (gr/cm<sup>3</sup>)
- Punto de Ebullición (°C)
- Punto de Fusión (°C)
- Valencia
- Configuración Electrónica
- Radio Atómico
- Por quién fue descubierto y en que año.

Para salir de la tabla simplemente da ESC:



## Índice de Investigación de Operaciones 1

<b>Capítulo 1</b>	<b>Único: Programación Lineal &amp; Método Simplex</b>	
1.1	Programación Lineal (programa simplex).....	23
1.2	Método Gráfico .....	29
1.3	Método Simplex (programa simplex paso a paso).....	33
1.4	Programación Entera (ramificaciones).....	40



**Programación Lineal (programa simplex)**

Este programa fue desarrollado por Esteban Richmond, un estudiante costarricense. Este programa es de gran ayuda en ésta materia de Ingeniería Industrial, te sirve para casi todo el curso de Investigación de Operaciones 1, desde una forma de comprobar el método gráfico, además de que te da la opción de ir resolviendo el problema paso a paso y puedas ir viendo lo que se hace y de esta forma puedas estudiar por ti mismo cuando no hay un asesor cerca.

El programa que se mostrará a continuación ya viene explicado en el block de notas que viene adjunto con el programa, de cualquier forma resolveremos aquí una serie de ejercicios para que te quede claro el como usarlo.

Recuerda que para la mayoría de los problemas que verás en ésta materia lo más importante es el planteamiento del problema, es decir sacar la función objetivo y las restricciones; si ya te los dan es mucho más sencillo y si no pues tendrás que analizarlo y plantear correctamente el problema. Los siguientes tipos de problemas aunque sean de programación lineal y los resuelvan por método gráfico (2 variables), éste mismo programa te puede ayudar a resolver éstos problemas aunque todavía no estés viendo el algoritmo simplex y así comprobar tus resultados.

**Ejemplo:**

**Disponemos de 210.000 euros para invertir en bolsa. Nos recomiendan dos tipos de acciones. Las del tipo A, que rinden el 10% y las del tipo B, que rinden el 8%. Decidimos invertir un máximo de 130.000 euros en las**

**del tipo A y como mínimo 60.000 en las del tipo B. Además queremos que la inversión en las del tipo A sea menor que el doble de la inversión en B. ¿Cuál tiene que ser la distribución de la inversión para obtener el máximo interés anual?**

Solución

Llamamos  $x$  a la cantidad que invertimos en acciones de tipo A

Llamamos  $y$  a la cantidad que invertimos en acciones de tipo B

Condiciones que deben cumplirse (restricciones):

$$R_1 \quad x + y \leq 210000$$

$$R_2 \quad x \leq 130000$$

$$R_3 \quad y \geq 60000$$

$$R_4 \quad x \leq 2y$$

Y sabemos que la función objetivo es

Maximizar  $Z = 0.1x + .08y$

Ahora bien ya que tenemos toda la información del problema y está correctamente planteado debemos hacer una pequeña reordenación de los datos, esto ya con la práctica lo puedes hacer mentalmente. Para la Texas debes introducir los datos ordenados, sobre todo en las restricciones y la función objetivo, las variables siempre deben quedar del lado izquierdo y los términos independientes del lado derecho:

$$R1 \quad x + y \leq 210000$$

$$R2 \quad x + 0y \leq 130000$$

$$R3 \quad 0x + y \geq 60000$$

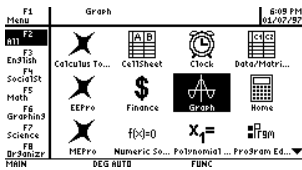
$$R4 \quad x - 2y \leq 0$$

Como puedes darte cuenta, aunque no exista la variable en alguna restricción debe

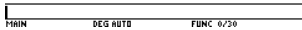
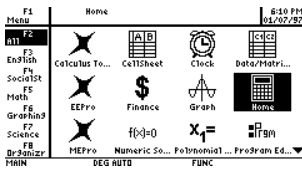
ponerse un cero indicando su inexistencia. Y para la función objetivo:

$$.1x + .08y = 0$$

Debe escribirse al revés, igualado a cero o el término independiente que quede libre, despejando correctamente. Ahora bien ya que sabemos esto podemos iniciar. Encendemos la calculadora tecla ON:



Nos posicionamos sobre HOME, como referencia tiene el ícono de una pequeña calculadora y damos ENTER:

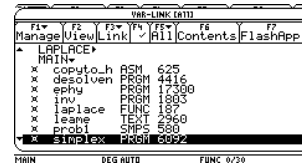


Si instalaste correctamente el programa simplex (y leíste el manual de instalación de software) ahora sabes como iniciar el programa, damos "2nd"+ signo menos blanco:

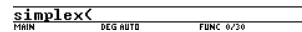


Vemos las carpetas que tienes creadas en tu calculadora, ahora desplegamos el contenido

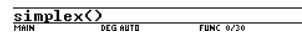
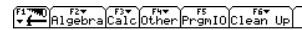
de la carpeta MAIN y encontramos el programa:



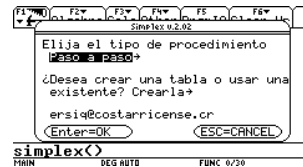
Damos ENTER y se copia a la línea de entrada:



Completamos con el paréntesis de cierre y damos ENTER:

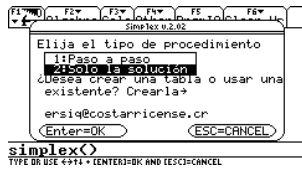


Ya con la práctica puedes simplemente teclear la combinación "simplex()" en la línea de entrada y dar ENTER y entrar al programa directamente.



Y aquí el programa inicia, la primera opción que nos dan es hacer paso a paso la solución del problema ó solo mostrar la solución, para éste primer tema como quizá estés viendo estos problemas con el método gráfico vamos a ver solo la solución, cambiamos a ésta opción dando con el cursor a la derecha y luego abajo y dando ENTER:





La otra opción que nos dan es crear la tabla del problema esta opción siempre se va a quedar así como crear la tabla del problema. Damos ENTER para pasar a la siguiente parte del programa:



Aquí hay que llenar con cuidado la información que tenemos, lo primero es contar con las restricciones que tenemos, son 4, solo tecleamos este valor y nos pasamos a la función objetivo:

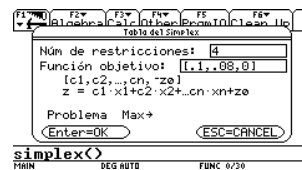


Cuando te pasas con el cursor de una ventana a otra se sombrea lo que hay en esa ventana, es importante que **NO BORRES LOS CORCHETES** que aparecen por default aquí o tendrás que volverlos a teclear ("2nd" +tecla coma y signo de división). Para quitar la sombra simplemente da a la derecha con el cursor una vez y regrésate tecleando una vez a la izquierda para posicionarte en medio de los corchetes:



Ahora lo primero que hay que hacer es teclear la función objetivo, como ya tenemos ordenada nuestra F.O. **SOLO DEBEMOS TECLEAR EL VALOR DEL COEFICIENTE** de las variables separados por comas:

$$.1x + .08y = 0 \rightarrow [1, .08, 0]$$



La opción última es la más importante, la de maximización o minimización, damos abajo con el cursor y lo dejamos tal cual porque el problema es de maximización, damos ENTER:



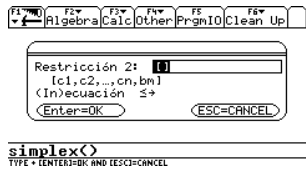
Ahora lo que sigue es teclear cada restricción, recuerda que aunque no exista la variable debe ponerse un cero, si te das cuenta siempre va a tener la misma dimensión los corchetes que creamos desde el inicio, en la F.O. había 3 elementos separados por comas, en todas las restricciones siguientes debe haber la misma cantidad de elementos. La primera restricción es:

$$x + y \leq 210000 \rightarrow [1,1,210000]$$

Queda así, después de la última coma va implícito el símbolo de inecuación (mayor que ó menor que ó desigual):



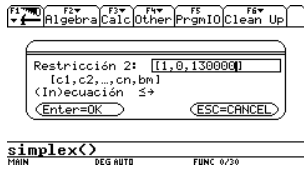
La opción por default ya es el menor que igual, y corresponde a nuestra restricción así que solo damos ENTER para continuar:



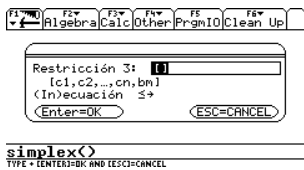
Para la restricción No.2:

$$x + 0y \leq 130000 \rightarrow [1,0,130000]$$

Aunque no exista la variable Y debe ponerse un cero indicando su inexistencia:

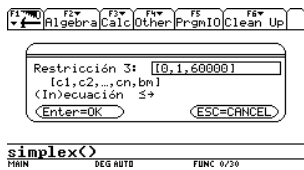


Damos ENTER para continuar:

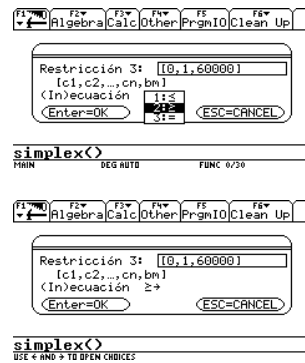


La restricción No. 3:

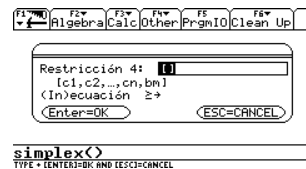
$$0x + y \geq 60000 \rightarrow [0,1,60000]$$



En esta restricción debemos cambiar la inecuación a mayor que igual, damos hacia abajo con el cursor y desplegamos las opciones dando a la derecha con el cursor y la cambiamos a mayor que igual y damos ENTER:

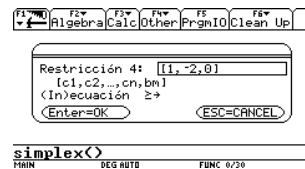


Ya que se cambio podemos continuar, damos ENTER para introducir la última restricción:

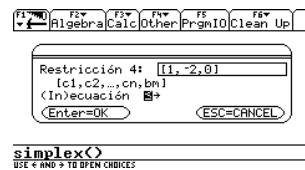


$$x - 2y \leq 0 \rightarrow [1,-2,0]$$

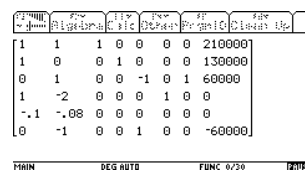
Aquí de igual forma recuerda de teclear el signo menos de tecla negra, de lo contrario producirás un error de sintaxis:



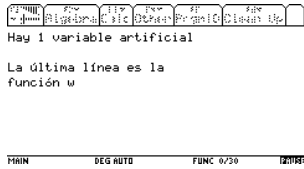
Cambiamos la inecuación a menor que igual:



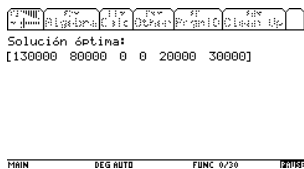
Damos ENTER:



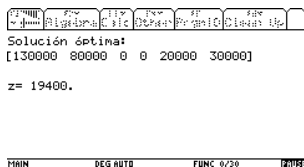
Nos va a crear la tabla para resolver por el método simplex, es posible que solo estés viendo el método gráfico, luego tu profesor te deberá explicar como hacer este tipo de tablas. Damos ENTER de nuevo:



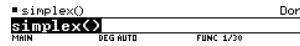
Te dice una pequeña explicación de la tabla y variables artificiales (también tu profesor te lo debe explicar). Damos ENTER y después de unos momentos:



Aquí hay que aprender a interpretar el resultado, los primeros 2 valores que vemos en la lista corresponden a X e Y. es decir X=130000 e Y= 80000. Damos ENTER de nuevo:



Y vemos la solución de optimización Z es decir la evaluación en Z y que corresponde a 19400. Con esto concluimos que la inversión adecuada para hacer el mayor rendimiento de utilidades es invertir 130,000 en la inversión tipo A y 80,000 en el tipo B. Redituándonos 19,400 al año. Para finalizar damos ENTER de nuevo y para salirnos del programa ESC. Y regresamos a HOME:



Es importante mencionar también que cuando haya condiciones de no negatividad  $X_i > 0$  también deberán agregarse estas restricciones 1 por 1 a todas las variables que así lo pidan, esto se llega a dar en problemas de minimización. Ahorita puede parecer algo simple. Sin embargo cuando avances en el curso te darás cuenta que es de gran ayuda por el gran número de variables que verás mas adelante y que vienen implicadas. Cuando resuelvas los problemas recuerda que debes despejar correctamente las variables, del lado izquierdo las variables ordenadas y del lado derecho los términos independientes. Otro ejemplo:

**La función objetivo es:**

$$\text{Max}Z=30x +40y$$

$$\text{Restricciones: } \begin{cases} x + y \leq 5000 \\ x \leq 4500 \\ y \leq \frac{x}{3} \\ x \geq 0 \\ y \geq 0 \end{cases}$$

Esto ya lo puedes pasar mentalmente a como va a quedar en la calculadora:

$$\begin{aligned} F.O. &: [30,40,0] \\ R1 &: [1,1,5000] \leq \\ R2 &: [1,0,4500] \leq \\ R3 &: [-1/3,1,0] \leq \end{aligned}$$

Y puedes ver directo la solución del problema. En este caso no es necesario ponerle las restricciones de no negatividad de X e Y ya que como es maximización va buscar el valor máximo por default, sin tomar en cuenta los negativos, solo llegan a ser necesarias estas restricciones en casos

donde la suma o resta de la restricción planteada den como resultados signos negativos. Generalmente esto sucede si planteaste mal el problema, en general casi nunca es necesario teclear estas restricciones de no negatividad, sin embargo si llegaras a tener que escribirlas sería con un mayor que igual a cero:

$$\begin{aligned}x \geq 0 &\rightarrow [1,0,0] \geq \\y \geq 0 &\rightarrow [0,1,0] \geq\end{aligned}$$

Y tendrías que sumar desde el inicio 2 restricciones más ó hasta el número de variables que estés manejando  $X_n$ .

---

Te recomiendo que practiques los problemas que se dejan al final de éste manual para que adquieras habilidad y resuelvas más rápidamente los problemas que te dejan y comprobar tus respuestas.

**Método Gráfico**

Bien éste método como puedes deducir es relativamente simple de hacer a mano, la desventaja de éste método es que sólo puedes tener 2 variables en tu problema (X e Y, ó X1 y X2), la Texas te puede ayudar en éste tipo de problemas a dibujar la gráfica claro está y encontrar los puntos o vértices que a veces les piden encontrar. Yo te recomiendo que siempre primero resuelvas el problema con el programa simplex que se explico en las hojas anteriores para ver el resultado de inmediato y así compruebes tu gráfica.

**Ejemplo:**

**Función objetivo (hay que obtener su máximo):**  $MaxZ=250x+400y$

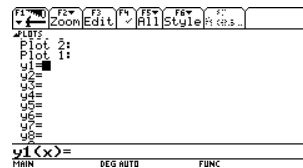
**Sujeta a las siguientes condiciones (restricciones del problema):**

$$\left\{ \begin{array}{l} x + y \leq 150 \\ 0,250x + 0,500y \leq 50 \\ x \leq 125 \\ y \leq 125 \\ x \geq 0, y \geq 0 \end{array} \right.$$

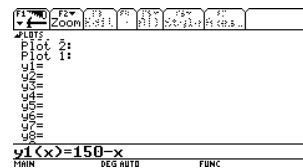
Como ya te habrá explicado tu profesor para hacer éste método no es necesario graficar la F.O. ésta simplemente nos servirá al final para evaluar y comparar los resultados y así encontrar el que tenga el valor máximo el cual será la respuesta. Lo primero que debemos hacer como ya te habrá dicho es hacer nuestras ecuaciones, lo cual se hace despejando Y de las restricciones:

$$\begin{aligned} x + y \leq 150 &\rightarrow y = 150 - x \\ .25x + .5y \leq 50 &\rightarrow y = (50 - .25x)/.5 \\ y \leq 125 &\rightarrow y = 125 \end{aligned}$$

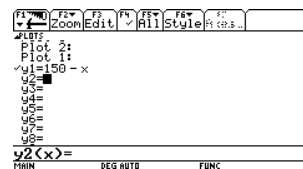
Como puedes darte cuenta el único inconveniente con la Texas es que no puedes graficar la paralela  $x < 125$  (paralela al eje Y) se puede dibujar pero no se puede tomar como una función ya que no nos devolvería un valor a la hora de aplicarle alguna función. Lo primero que debes hacer es graficar las funciones en la parte gráfica DIAMANTE + letra W del teclado extendido:



Ya que estamos posicionados sobre la primera función "y1(x)" simplemente tecleamos la función:

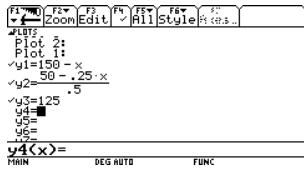


Damos ENTER:

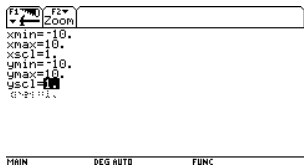


Y vemos que se marca con una palomita del lado izquierdo lo cual indica que se va a utilizar para graficar. Lo mismo hacemos para las demás restricciones:

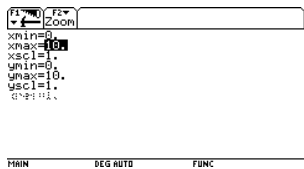




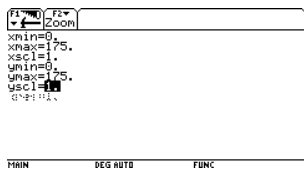
Ahora para ver la gráfica debemos ajustar la pantalla a nuestra elección, para acceder a ésta pantalla damos DIAMANTE + letra E del teclado extendido:



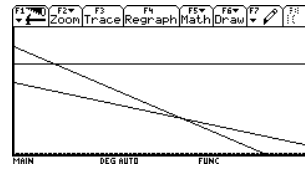
En esta pantalla se muestran los valores predeterminados de pantalla que es de -10 a 10 en eje de equis y ye, como queremos ver solo soluciones positiva debemos cambiar éstos valores en xmin y ymin a cero y así solo ver el cuadrante positivo, para cambiarlas solo teclea cero en éstas posiciones y da ENTER:



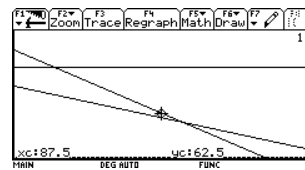
Ahora viene la parte en donde tú debes intuir las dimensiones máximas de los ejes positivos, sólo debes fijarte en las ecuaciones que éstas manejando, estas manejando números grandes (150,125), entonces por ende los valores de xmax y ymax deben ser grandes, lo cambiaremos por probar a 175 en estos valores, siempre es bueno dejar un margen un poco más amplio para ver bien las rectas:



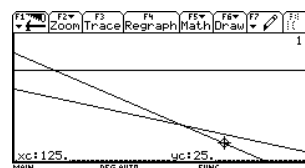
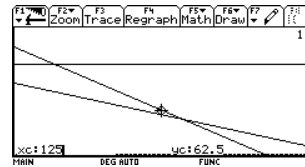
Ya que hemos configurado la pantalla para ver la gráfica damos en DIAMANTE + letra R del teclado extendido:



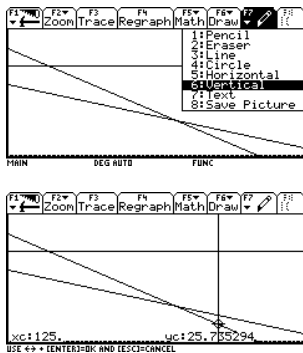
Después de un momento vemos graficadas las 3 curvas, ahora sólo faltaría una paralela en el punto 125 que se extiende hasta el infinito. Tu profesor debe haberte explicado que debes de definir tu "polígono de soluciones" posibles, casi siempre éste polígono estará pegado a los ejes X e Y. Al presionar F3 "Trace" aparece el cursor que nos sirve para desplazarnos a través de las rectas, nos podemos mover entre las rectas presionando arriba y abajo con el cursor:



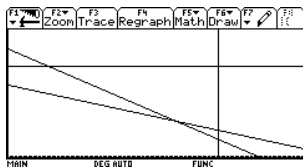
Y nos muestra en la parte inferior las coordenadas xc y yc de la recta y en la esquina superior derecha el número de función en la que estamos posicionados. Ahora lo que hacemos es dibujar la recta que nos hizo falta x=125, para esto debemos posicionarnos sobre éste valor, lo tecleamos y damos ENTER:



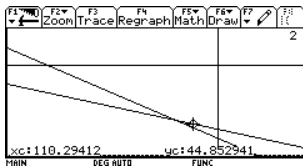
Vemos que nos pasa el cursor al punto donde corresponde esa coordenada en esa curva y nos muestra su coordenada en Y que vale 25, éste de hecho sería un primer vértice. Presionamos F7 que tiene el dibujo de un lápiz y seleccionamos la opción 6 que dice Vertical y damos ENTER 2 veces para que dije la vertical en ése punto



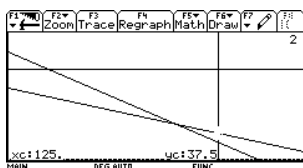
Damos ESC para quitar la función de vertical:



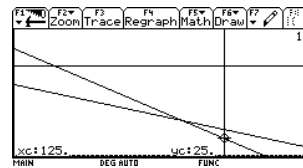
Ahora aquí ya se puede observar claramente el polígono de soluciones posibles, lo primero es siempre encontrar los vértices que cruzan con los ejes X e Y, damos En F3 para que salga nuestro cursor:



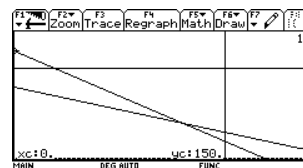
Ahora como una restricción es 125 tecleamos este valor y damos ENTER:



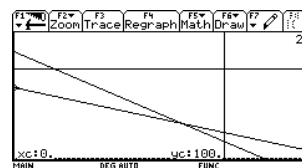
Nos muestra la coordenada en Y sobre esa curva, pero esa recta esta fuera del polígono de soluciones, así que solo damos con el cursor arriba o abajo para pasarnos a la recta en donde encontramos uno de los vértices posibles de solución:



Vemos que tenemos un primer punto en **(125,25)**. Ahora para encontrar otro valor es cuando X es igual a cero, solo tecleamos este valor y damos ENTER:

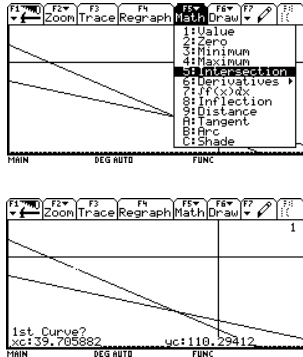


Vemos que de igual forma nos pasa el cursor al inicio con los valores 0,150, sin embargo este punto esta fuera del polígono de soluciones por lo tanto damos con el cursor arriba o abajo hasta posicionarnos sobre un vértice posible:

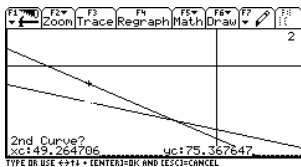


Aquí nos muestra ya otro vértice posible el cual es **(0,100)**. Por último debemos encontrar la intersección entre ambas curvas la cual se ve a simple vista que es otro vértice posible, para encontrarlo aquí mismo desplegamos el menú matemático F5 y

seleccionamos la opción No. 5 de Intersection y damos ENTER

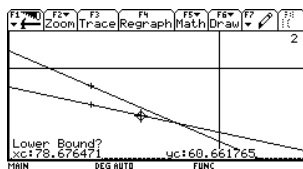


Aquí nos hará 4 preguntas sencillas, la primera en la esquina inferior izquierda nos pregunta "1st curve?" es decir la primera curva en la cual se encuentra la intersección aquí solo debemos movernos con el cursor arriba o abajo y dar ENTER en las curvas de las funciones 1 y 2, damos ENTER en la



primer curva:

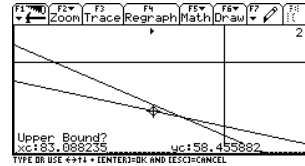
Puedes ver que marca con una pequeña cruz la recta indicando que la va a utilizar para encontrar la intersección, luego damos ENTER de nuevo a la otra curva que la cruza y que corresponde a la función No. 2:



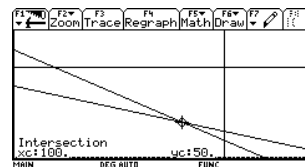
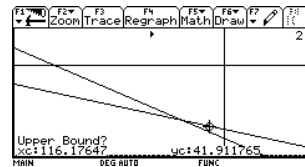
Como

puedes ver marca también la segunda curva ya que en estas 2 es en donde se encuentra una intersección, ahora nos pregunta "Lower bound?" limite inferior, aquí lo único que

debes hacer es dar un ENTER antes del punto de intersección donde se ve claramente que estoy detrás del punto:



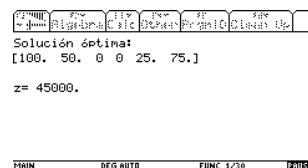
Y ahora que nos pregunta el "Upper Bound?" o límite superior debemos dar un ENTER un poco después del punto de intersección, solo nos movemos con el cursor a la derecha hasta sobrepasar claramente el punto de intersección y dar ENTER:



Después de unos segundos encuentra el punto de intersección en **(100,50)**. Lo cual corresponde a nuestro último vértice, por último debemos operar y comparar los puntos y ver cual es el que maximiza el valor:

Vértice	MaxZ=250 X+400 Y
125,25	41,250
0,100	40,000
100,50	45,000

Vemos que la solución óptima esta en 100,50. O también en el programa simplex:





**Método Simplex (programa simplex paso a paso)**

En ésta parte del curso usaremos el mismo programa del inicio (simplex), sólo que ahora mostraremos un problema paso a paso, en donde el programa te va guiando a la solución. Antes de empezar debes saber un par de consideraciones.

1. Con este programa podrás resolver la gran mayoría de los problemas que te tengas que resolver en la materia de I.O.1.

2. El único inconveniente de éste programa es que no puede resolver soluciones enteras, en muchos de los casos depende del problema a resolver, hay ocasiones en donde el problema esta arreglado para que el resultado dé soluciones enteras (x1,x2,..., xn), y el programa devuelve soluciones enteras sin ningún problema. Pero en otras ocasiones se pide que las variables a resolver sean o 0 ó 1, o simplemente números enteros, (esto sucede a menudo en problemas donde se debe asignar personal ó un objeto en particular) claro está hay un método (que tu profesor te debe explicar) el cual a partir de una solución con decimales se puede crear un nuevo problema a resolver con más restricciones y aproximar o llegar a una solución entera, para éste tipo de problemas se debe hacer un reajuste en las restricciones, es decir agregas más restricciones y corres de nuevo el programa para que te devuelva un número entero.

Haremos un par de ejercicios para mostrar lo que representa cada columna y fila.

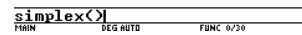
Si es la primera vez que tomas este manual regresa a la página 23 para que veas el uso del programa simplex.

$$\text{Maximizar } Z = 4 X_1 + 5X_2 + 2X_3 - X_4$$

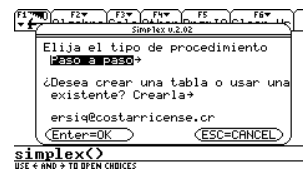
Sujeto a las siguientes restricciones:

$$\begin{aligned} X_1 + X_2 + 2X_3 - X_4 &\geq 1 \\ 2X_1 + 2X_2 - 3X_3 + X_4 &\leq 3 \\ X_1 + 4X_2 + 3X_3 + 2X_4 &\leq 5 \end{aligned}$$

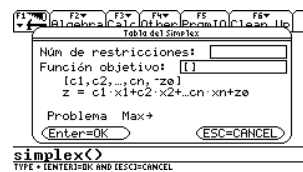
Lo primero que hacemos como ya sabemos es teclear en la línea de entrada el llamado al programa "simplex()":



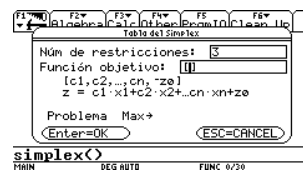
Damos ENTER:



Ahora como sabemos dejaremos la primera opción tal cual como paso a paso para ir viendo las tablas de resolución, y dejamos la opción de "crearla". Damos ENTER:



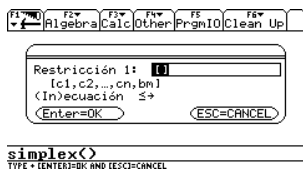
El número de restricciones es 3 y bajamos con el cursor a la función objetivo:



Como sabemos la función objetivo debe introducirse tecleando solo los coeficientes de la F.O. separados por comas y ordenados correctamente y terminando con un coma extra y cero (en este caso así es porque no hay término independiente).



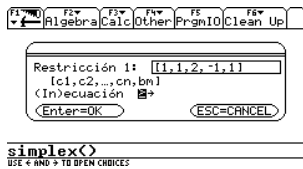
Recuerda que los signos negativos deben teclearse con el signo menos de tecla negra. La opción de Max ya esta por default así que damos ENTER para continuar:



Introducimos los datos de la primera restricción de igual forma. Recuerda que después de la última coma va implícito el signo de inecuación. Debes interpretar esta expresión entre corchetes como la línea de la suma de la restricción. Y cambiar la última opción de la inecuación a "mayor que igual".

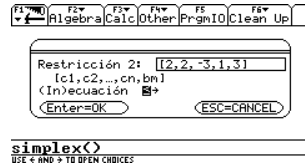
$$X_1 + X_2 + 2X_3 - X_4 \geq 1$$

$$[1,1,2, -1,1] \geq$$

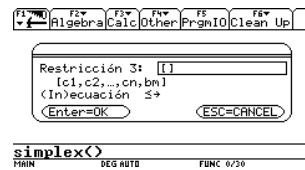


Damos ENTER para introducir la siguiente restricción:

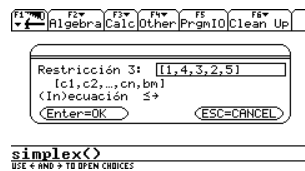
Recuerda que todas las restricciones que tengas deben estar despejadas y ordenadas correctamente del lado izquierdo y del lado derecho el término independiente y cuando haya una variable que no exista debes poner un 0 indicando su inexistencia.



Cambiamos la inecuación dando con el cursor hacia abajo y luego a la derecha para desplegar el menú de inecuación y seleccionar adecuadamente el "menor que igual" dando ENTER sobre el. Avanzamos dando ENTER de nuevo:



Introducimos la última restricción:



Recuerda que el número de elementos desde el inicio cuando tecleaste la función objetivo siempre serán los mismos en todas las restricciones (5 elementos en este caso). Damos ENTER:

1	1	2	-1	-1	0	0	1	1
2	2	-3	1	0	1	0	0	3
1	4	3	2	0	0	1	0	5
-4	-5	-2	1	0	0	0	0	0
-1	-1	-2	1	1	0	0	0	-1

Y el programa inicia, de aquí en adelante el programa se irá pausando, en la esquina inferior derecha dice PAUSE indicando este estado, para avanzar simplemente se irá dando ENTER, pero mostraré lo que significa la tabla. Esto tú lo puedes deducir comparando un ejercicio resuelto en clase y observando la tabla, sin embargo hay ocasiones en las que la forma de escribir la tabla varia de profesor en profesor, por eso mostraré que representa cada fila y columna para que lo puedas llevar a tu problema. Lo primero que hay que hacer y lo más ideal también es copiar ésta tabla inicial y rotular o nombrar cada columna y fila.

Ok veamos, en la Texas se ve la primera tabla así:

Se representa por:

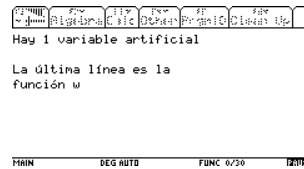
	X1	X2	X3	X4	X5	X7	X8	X6	bi
X6	1	1	2	-1	-1	0	0	1	1
X7	2	2	-3	1	0	1	0	0	3
X8	1	4	3	2	0	0	1	0	5
Z	-4	-5	-2	1	0	0	0	0	0
W	-1	-1	-2	1	1	0	0	0	-1

Claro está que el porque de la creación de las variables artificiales y de holgura te lo tiene que explicar tu profesor (correspondientes a X5, X6, X7, X8), aquí simplemente explicamos sus posiciones. En las últimas 3 columnas (X7, X8, X6) es probable que te puedas confundir por que están “desordenadas”, en realidad no importa el orden en que estén las variables artificiales, siempre y cuando concuerde con su fila y su existencia en esa coordenada. Debes considerar esto a la hora

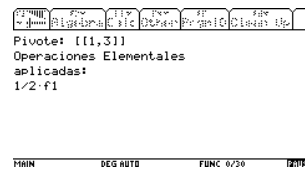
de llevar el ejercicio a tu cuaderno y hacer los cambios pertinentes sin perder de vista las posiciones que representan cada fila y columna. También hay algunos profesores que ponen la función objetivo Z al inicio de la fila, aquí lo vemos en la penúltima. La última fila es la Función “W”, en clase seguramente lo verás como la gran M o letra M, y los valores de esta fila representan los coeficientes de las “M’s”:

-M-4	-M-5	-2M-2	M+1	M	0	0	0	-M
------	------	-------	-----	---	---	---	---	----

Damos ENTER para continuar:



Nos dice una explicación de lo apenas mencionado, la variable artificial que se creo por la naturaleza del problema (correspondiente a X5) y que la última fila es la función W o de M en este caso. Damos ENTER para continuar:



A continuación nos dice el punto pivote, tu debes interpretarlo de la siguiente manera, el pivote es [1,3], primera fila tercera columna, correspondiente al número 2. Luego nos muestra las operaciones elementales aplicadas  $\frac{1}{2} \cdot f_1$ , es decir multiplica un medio por la fila 1. Damos ENTER y vemos:

```

Operaciones Elementales
aplicadas:
1/2 * f1
1/2 1/2 1 -1/2 -1/2 0 0 1/2 1/2
2 2 -3 1 0 1 0 0 3
1 4 3 2 0 0 1 0 5
-4 -5 -2 1 0 0 0 0 0
-1 -1 -2 1 1 0 0 0 -1
MAIN DEG AUTO FUNC 0/30 ENTER
    
```

Y vemos ya operada esta fila. Damos ENTER de nuevo:

```

3 * f1 + f2
-3 * f1 + f3
2 * f1 + f4
2 * f1 + f5
MAIN DEG AUTO FUNC 0/30 ENTER
    
```

Y nos muestra lo siguiente que debes operar, es decir:

$3 * f1 + f2 =$  Multiplica 3 por la fila 1 y el resultado súmaselo a la fila 2.

$-3 * f1 + f3 =$  Multiplica -3 por la fila 1 y el resultado súmaselo a la fila 3.

$2 * f1 + f4 =$  Multiplica 2 por la fila 1 y el resultado súmaselo a la fila 4.

$2 * f1 + f5 =$  Multiplica 2 por la fila 1 y el resultado súmaselo a la fila 5.

Damos ENTER:

```

-3 * f1 + f3
2 * f1 + f4
2 * f1 + f5
1/2 1/2 1 -1/2 -1/2 0 0 1/2 1
7/2 7/2 0 -1/2 -3/2 1 0 3/2 9
-1/2 5/2 0 7/2 3/2 0 1 -3/2 7
-3 -4 0 0 -1 0 0 1 1
0 0 0 0 0 0 0 1 0
MAIN DEG AUTO FUNC 0/30 ENTER
    
```

Y vemos todas las operaciones anteriores ya realizadas. Aquí es bueno mencionar que en ocasiones (como este caso) no se alcanza a ver la tabla por completo porque es muy grande, simplemente nos movemos con el cursor a la derecha o izquierda y vemos la tabla completa:

```

-3 * f1 + f3
2 * f1 + f4
2 * f1 + f5
2 1/2 1 -1/2 -1/2 0 0 1/2 1/2
2 7/2 0 -1/2 -3/2 1 0 3/2 9/2
1/2 5/2 0 7/2 3/2 0 1 -3/2 7/2
-4 0 0 -1 0 0 1 1
0 0 0 0 0 0 1 0
MAIN DEG AUTO FUNC 0/30 ENTER
    
```

Damos ENTER de nuevo:

```

Eliminando la función w
las variables artificiales
MAIN DEG AUTO FUNC 0/30 ENTER
    
```

Nos da una pequeña explicación para simplificar la tabla, va a eliminar la función W (M, correspondiente a la última fila), y a eliminar las variables artificiales. Damos ENTER para continuar:

```

Eliminando la función w
las variables artificiales
1/2 1/2 1 -1/2 -1/2 0 0 1/2
7/2 7/2 0 -1/2 -3/2 1 0 9/2
-1/2 5/2 0 7/2 3/2 0 1 7/2
-3 -4 0 0 -1 0 0 1
MAIN DEG AUTO FUNC 0/30 ENTER
    
```

Esto se interpreta ahora así:

	X1	X2	X3	X4	X5	X7	X8	bi
X3	1/2	1/2	1	-1/2	-1/2	0	0	1/2
X7	7/2	7/2	0	-1/2	-3/2	1	0	9/2
X8	-1/2	5/2	0	7/2	3/2	0	1	7/2
Z	-3	-4	0	0	-1	0	0	1

Como puedes darte cuenta eliminó la última fila de la función W y la columna de X6 ya que no será ya más necesaria para seguir resolviendo el problema. Damos ENTER:

```

Pivotar [1,2]
Operaciones Elementales
aplicadas:
2 * f1
MAIN DEG AUTO FUNC 0/30 ENTER
    
```

Nos indica ahora la coordenada pivote correspondiente a la primera fila con la segunda columna, correspondiente a 1/2. Y la multiplicación adecuada que corresponde a multiplicar 2 por la fila 1. Damos ENTER:

```

Pivote: [(1,2)]
Operaciones Elementales
aplicadas:
2·f1
1 1 2 -1 -1 0 0 1
7/2 7/2 0 -1/2 -3/2 1 0 9/2
-1/2 5/2 0 7/2 3/2 0 1 7/2
-3 -4 0 0 -1 0 0 1
MAIN DEG AUTO FUNC 0/30 ENTER
    
```

Y vemos la operación ya hecha a la fila.  
Damos ENTER:

```

-7/2·f1 + f2
-5/2·f1 + f3
4·f1 + f4
MAIN DEG AUTO FUNC 0/30 ENTER
    
```

Y de igual forma vemos las operaciones a realizar de cada número a multiplicar por la fila 1 y el resultado sumárselo a la fila que indica. Damos ENTER:

```

-7/2·f1 + f2
-5/2·f1 + f3
4·f1 + f4
1 1 2 -1 -1 0 0 1
0 0 -7 3 2 1 0 1
-3 0 -5 6 4 0 1 1
1 0 8 -4 -5 0 0 5
MAIN DEG AUTO FUNC 0/30 ENTER
    
```

Y vemos ya realizadas estas operaciones.  
Damos ENTER para continuar:

```

Pivote: [(3,5)]
Operaciones Elementales
aplicadas:
1/4·f3
MAIN DEG AUTO FUNC 0/30 ENTER
    
```

Y las iteraciones continúan de la misma forma hasta llegar al resultado final. Ahora el punto pivote corresponde a la fila 3 columna 5 que corresponde al número 4. E indica claramente que debemos multiplicar ¼ por la fila 3. Damos ENTER:

```

Pivote: [(3,5)]
Operaciones Elementales
aplicadas:
1/4·f3
1 1 2 -1 -1 0 0 1
0 0 -7 3 2 1 0 1
-3/4 0 -5/4 3/2 1 0 1/4 1/4
1 0 8 -4 -5 0 0 5
MAIN DEG AUTO FUNC 0/30 ENTER
    
```

Vemos las operaciones ya realizadas, damos ENTER de nuevo:

```

1·f3 + f1
-2·f3 + f2
5·f3 + f4
MAIN DEG AUTO FUNC 0/30 ENTER
    
```

Las operaciones realizadas para ésta iteración. Damos ENTER:

```

1·f3 + f1
-2·f3 + f2
5·f3 + f4
1/4 1 3/4 1/2 0 0 1/4 5/4
3/2 0 -9/2 0 0 1 -1/2 1/2
-3/4 0 -5/4 3/2 1 0 1/4 1/4
-11/4 0 7/4 7/2 0 0 5/4 25/4
MAIN DEG AUTO FUNC 0/30 ENTER
    
```

Damos ENTER:

```

Pivote: [(2,1)]
Operaciones Elementales
aplicadas:
2/3·f2
MAIN DEG AUTO FUNC 0/30 ENTER
    
```

La próxima iteración que corresponde a la coordenada de la fila 2 y a la columna 1, correspondiente a 3/2. Y la multiplicación inversa que debemos hacer de 2/3 por la fila 2. Damos ENTER:

```

Pivote: [(2,1)]
Operaciones Elementales
aplicadas:
2/3·f2
1/4 1 3/4 1/2 0 0 1/4 5/4
1 0 -3 0 0 2/3 -1/3 1/3
-3/4 0 -5/4 3/2 1 0 1/4 1/4
-11/4 0 7/4 7/2 0 0 5/4 25/4
MAIN DEG AUTO FUNC 0/30 ENTER
    
```

Y vemos la fila ya multiplicada. Damos ENTER:

```

-1/4·f2 + f1
3/4·f2 + f3
11/4·f2 + f4
MAIN DEG AUTO FUNC 0/30 ENTER
    
```

De igual forma vemos las operaciones realizadas para esta iteración, el número a

multiplicar por cual fila y sumárselo a la fila correspondiente. Damos ENTER:

```

[1] [2] [3] [4] [5] [6] [7] [8] [9] [10]
-1/4 * f2 + f1
3/4 * f2 + f3
11/4 * f2 + f4
[0 1 3/2 1/2 0 -1/6 1/3 7/6 ]
[1 0 -3 0 0 2/3 -1/3 1/3 ]
[0 0 -7/2 3/2 1 1/2 0 1/2 ]
[0 0 -13/2 7/2 0 11/6 1/3 43/6 ]
MAIN DEG AUTO FUNC 0/30
    
```

Vemos ya hecho estas operaciones. Damos ENTER:

```

[1] [2] [3] [4] [5] [6] [7] [8] [9] [10]
Pivote: [(1,3)]
Operaciones Elementales
aplicadas:
2/3 * f1
MAIN DEG AUTO FUNC 0/30
    
```

Y las iteraciones continúan, el nuevo pivote corresponde a la primera fila y la tercera columna, correspondiente a 3/2. La multiplicación adecuada debe ser 2/3 por la fila 1. Damos ENTER:

```

[1] [2] [3] [4] [5] [6] [7] [8] [9] [10]
Pivote: [(1,3)]
Operaciones Elementales
aplicadas:
2/3 * f1
[0 2/3 1 1/3 0 -1/9 2/9 7/9 ]
[1 0 -3 0 0 2/3 -1/3 1/3 ]
[0 0 -7/2 3/2 1 1/2 0 1/2 ]
[0 0 -13/2 7/2 0 11/6 1/3 43/6 ]
MAIN DEG AUTO FUNC 0/30
    
```

Damos ENTER:

```

[1] [2] [3] [4] [5] [6] [7] [8] [9] [10]
3 * f1 + f2
7/2 * f1 + f3
13/2 * f1 + f4
MAIN DEG AUTO FUNC 0/30
    
```

De igual forma las operaciones a realizar en esta iteración. Damos ENTER:

```

[1] [2] [3] [4] [5] [6] [7] [8] [9] [10]
3 * f1 + f2
7/2 * f1 + f3
13/2 * f1 + f4
[0 2/3 1 1/3 0 -1/9 2/9 7/9 ]
[1 2 0 1 0 1/3 1/3 8/3 ]
[0 7/3 0 8/3 1 1/9 7/9 29/9 ]
[0 13/3 0 17/3 0 10/9 16/9 110/9 ]
MAIN DEG AUTO FUNC 0/30
    
```

Vemos ésta que es la tabla última porque ya no hay número negativos en la fila Z de la función objetivo. Tú debes estar al tanto de las variables que artificiales que “entran y salen” a la hora de hacer las iteraciones para que al final tu tabla concuerde. Damos ENTER y vemos:

```

[1] [2] [3] [4] [5] [6] [7] [8] [9] [10]
Solución óptima:
[8/3 0 7/9 0 29/9 0 0]
MAIN DEG AUTO FUNC 0/30
    
```

Hemos llegado a la solución óptima, ésta matriz de datos representa cada variable Xn ordenada:

$$[8/3 \quad 0 \quad 7/9 \quad 0 \quad 29/9 \quad 0 \quad 0]$$

$$[X1 \quad X2 \quad X3 \quad X4 \quad X5 \quad X7 \quad X8]$$

(Recuerda que la columna de X6 se eliminó en el proceso). El resultado se puede expresar así:

$$X1 = 8/3$$

$$X2 = 0$$

$$X3 = 7/9$$

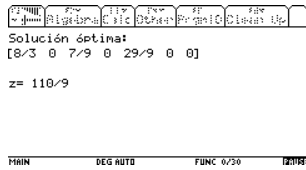
$$X4 = 0$$

$$X5 = 29/9$$

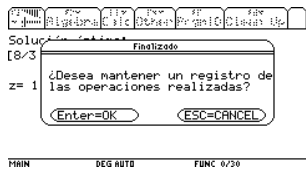
$$X7 = 0$$

$$X8 = 0$$

Para uso práctico, tu solo debes hacer caso de las primeras 4 variables (porque el problema tiene 4 variables) que representan las soluciones del problema real X1, X2, X3 y X4. Es decir, interpretamos que la solución óptima está asignando 8/3 a la variable X1 y asignando 7/9 a la variable X3 nada más, a las otras variables no se les debe asignar nada para tener una solución óptima. Damos ENTER:



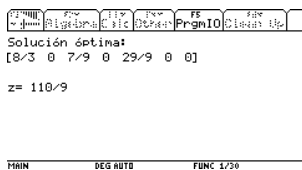
Vemos la evaluación de Z en el problema y equivale a 110/9. Damos ENTER nuevamente:



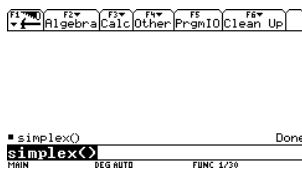
Nos hará una pregunta simple con relación a si deseamos mantener un registro de las operaciones realizadas y que corresponde a las operaciones que se hicieron en el proceso de las multiplicaciones por las filas y sumas adecuadas. Esta opción es a tu elección, vamos a dar ENTER para mantener el registro:



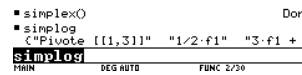
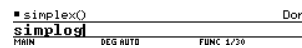
Se crea el registro de operaciones con la variable "simplog". Damos ENTER:



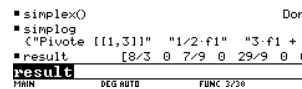
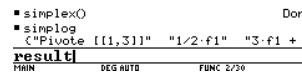
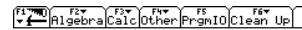
Y el programa termina, para salirnos simplemente damos ESC:



Nosotros podemos ver el registro de operaciones que creo simplemente en la línea de entrada tecleando la combinación "simplog" y dando ENTER:



Y vemos paso a paso lo que se hizo para resolver éste problema. También tecleando en la línea de entrada la combinación "result" y dando ENTER vemos y podemos utilizar la matriz resultado de la solución óptima:



Como puedes ver el programa es muy sencillo de usar y te guía paso a paso a la solución del problema. Es importante que aprendas a llevar el uso de este programa a tu resolución a mano, para que concuerde con tu tabla y puedas estudiar por ti mismo y comprobar tus respuestas.

**Programación Entera (ramificaciones)**

Una excursionista planea salir de campamento. Hay cinco artículos que desea llevar consigo, pero entre todos sobrepasan las 60 lb. que considera que puede cargar. Para auxiliarse en la selección, ha asignado un valor a cada artículo en orden ascendente de importancia:

Artículo	1	2	3	4	5
Peso lb	52	23	35	15	7
Valor	100	60	70	15	15

**¿Qué artículos deberá llevar para maximizar el valor total, sin sobrepasar la restricción de peso?**

Solución.

Haciendo que  $X_i$  ( $i = 1, 2, 3, 4, 5$ ) indique la cantidad a llevar del artículo  $i$ , se puede plantear el objetivo como:

$$\text{Maximícese } Z = 100 X_1 + 60 X_2 + 70 X_3 + 15 X_4 + 15 X_5$$

La restricción de peso es:

$$52X_1 + 23X_2 + 35X_3 + 15X_4 + 7X_5 \leq 60$$

Ya que cada artículo se llevara o no se llevara, cada variable debe ser 1 o 0. Estas condiciones se cumplirán, si se pide que cada variable sea no negativa, no mayor que 1 y entera.

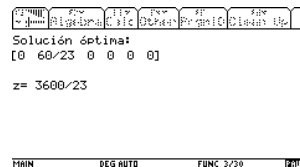
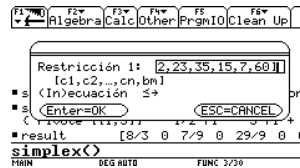
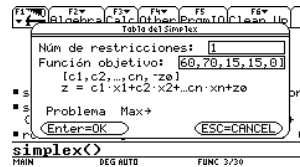
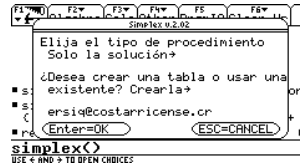
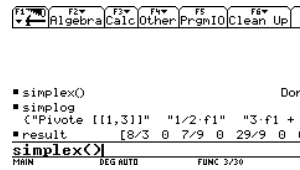
Combinando estas restricciones se tiene el programa matemático:

$$\text{Max } Z = 100 X_1 + 60 X_2 + 70 X_3 + 15 X_4 + 15 X_5$$

Con las condiciones:

$$52X_1 + 23X_2 + 35X_3 + 15X_4 + 7X_5 \leq 60$$

Voy a mostrar sólo la solución de éste problema con la solución del programa simplex, mostrando los pasos que ya debes estar practicando:

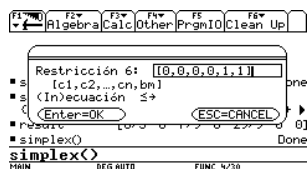
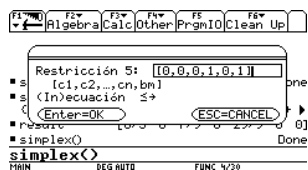
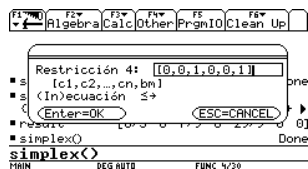
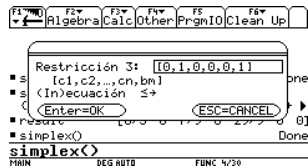
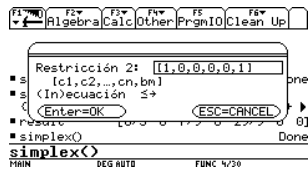


Si no señalamos que las variables deben ser menores ó iguales a 1 nos sale un resultado así en donde se asigna todo (60/23) al artículo No.2, lo cual es imposible porque solo se puede llevar un artículo es decir 0 ó 1, por esto es importante agregar las 5 restricciones extras  $X_n \leq 1$ :

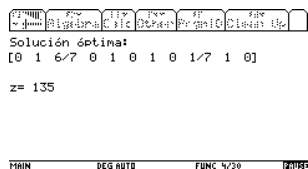




La primera restricción queda igual. Sólo agregamos las últimas 5:

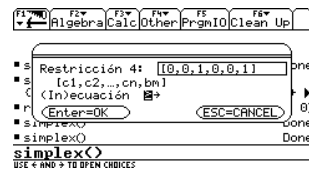


Recuerda que debe hacerse una por una la restricción de menor que igual a cada variable. Vemos la solución:

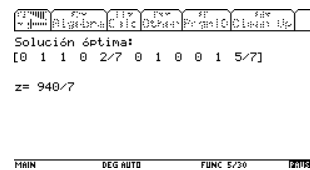


Vemos una solución muy cercana a la solución binaria (0 ó 1). Vemos que debemos hacer una ramificación en la variable X3 ya que es imposible llevar seis séptimos de un

artículo a la excursión. En ocasiones algunos problemas se pueden simplemente aproximar y llegar a una buena solución del problema. Como ya tu profesor te debe haber explicado la ramificación en X3 sería forzando que X3 fuera mayor que o igual a 1 sustituyendo ésta restricción por la que correspondía a x3 de menor que igual a uno, se vuelve a correr el programa y se sustituye la restricción 4 que representa la restricción de la variable X3 por  $\geq 1$ :



Todas las demás restricciones quedan igual. Recuerda volver a cambiar el signo de inecuación. Vemos la solución:

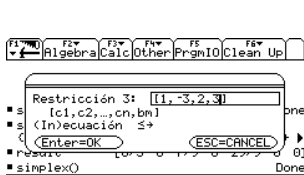
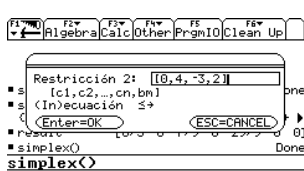
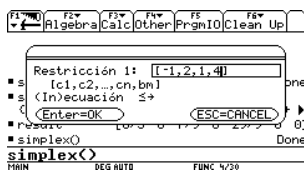
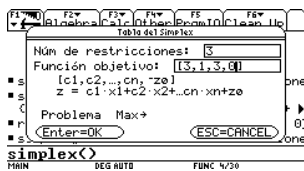


Aquí aún existe una pequeña fracción correspondiente a X5, pero como es muy pequeña podemos simplemente eliminarla. Concluimos que los artículos a llevar por el excursionista deben ser el artículo 2 y 3. Con un peso a cargar de 58 libras, lo cual no rebasa la restricción de 60 libras.

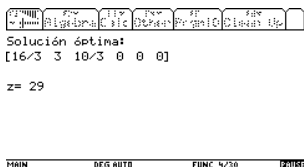
Haremos un ejemplo más para que observes como debes ir haciendo las ramificaciones:

**MaxZ= 3x<sub>1</sub> + x<sub>2</sub> + 3x<sub>3</sub>**  
**sujeto a:**  
**-x<sub>1</sub> + 2x<sub>2</sub> + x<sub>3</sub> ≤ 4**  
**4x<sub>2</sub> - 3x<sub>3</sub> ≤ 2**  
**x<sub>1</sub> - 3x<sub>2</sub> + 2x<sub>3</sub> ≤ 3**  
**x<sub>1</sub>; x<sub>2</sub>; x<sub>3</sub> ≥ 0; enteras**

De igual forma empezamos resolviendo el problema en el programa simplex primero viendo el resultado relajado sin restricciones de enteros:

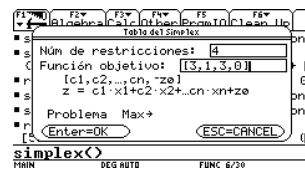


Vemos la solución:



Vemos que corresponde a fracciones (lo que no queremos). X<sub>1</sub> = 16/3 (5.333 aprox), X<sub>2</sub>=3, X<sub>3</sub>=10/3 (3.333 aprox). Aquí sería un error aproximar a (5, 3, 3) porque a la hora de operar las restricciones nos damos cuenta que no cumplen con las especificaciones. Lo que debemos hacer es hacer la ramificación empezando con la variable X<sub>1</sub>. Una rama será con una restricción extra con X<sub>1</sub>≥6 (redondeando hacia arriba erróneamente) y la otra con X<sub>1</sub>≤5 (redondeando hacia abajo). Se debe volver a correr el programa agregando una de estas 2 restricciones y comparando los resultados primero de una rama y luego de otra. Siempre es bueno tener una hoja cerca para hacer las anotaciones de los resultados, como tip te puedo decir que “casi siempre” se va a tener que redondear hacia abajo. Empecemos con X<sub>1</sub>≥6:

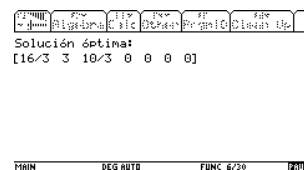
Se agrega una restricción extra:



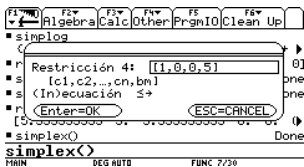
Las primeras 3 restricciones quedan igual, se agrega la cuarta así:



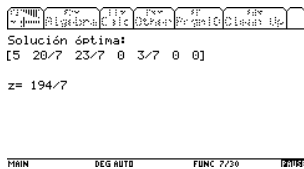
Y vemos la solución:



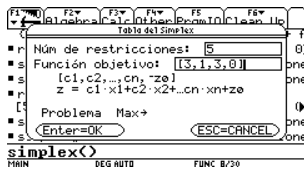
Vemos que nos regreso a la solución original, cuando sucede esto es que no es una vía factible, por lo tanto se cancela esta ramificación. Volvemos a correr el programa y hacemos todo igual solo que ahora probamos con la otra ramificación con  $X1 \leq 5$ :



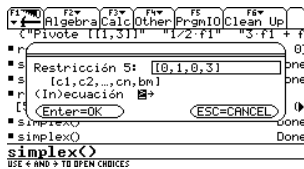
Y vemos la solución:



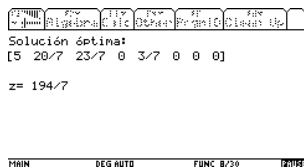
Y vemos nuevamente fracciones en  $X2$  y  $X3$ . Con las mismas nuevas restricciones que teníamos debemos ahora hacer una nueva ramificación para  $X2$  con  $X2 \geq 3$  ó  $X2 \leq 2$ , conservando claro está la anterior restricción de  $X1 \leq 5$ . Probamos primero la de  $X \geq 3$ :



Agregamos una restricción más. Las primeras 4 quedan igual, la quinta la definimos:



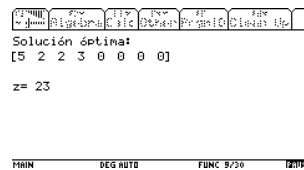
Y vemos la solución:



Vemos que nos regresa a la solución anterior, por lo tanto esta rama no es factible y se cancela. Probamos ahora con  $X2 \leq 2$ :



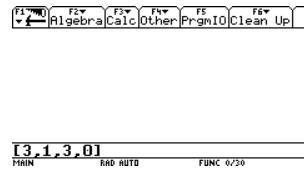
Y vemos la solución:



Y listo hemos llegado a la solución entera en todas las variables,  $X1=5$ ,  $X2=2$  y  $X3=2$ . Con una maximización en  $Z$  de 23.

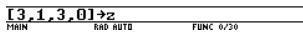
**Tip**

Un buen tip en este tipo de problemas de ramificaciones: para que no tengas que estar tecleando cada restricción cada vez que corras el programa es guardar en una serie de variables tanto la F.O. como las restricciones base para que simplemente teclees estas variables y ya nada mas teclees las restricciones modificadas y/o agregadas. Esto se puede hacer en HOME con las matrices. Abrimos corchetes y creamos la F.O:

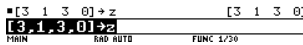


Cada elemento separado por una coma y cerramos con corchetes con "2nd" + tecla de signo de división, al final de la línea tecleamos tecla STO y a continuación el

nombre de la variable que queremos usar, en este caso ponemos Z



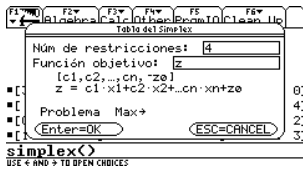
Y damos ENTER para que la guarde:



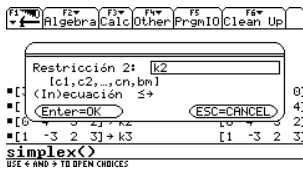
Y hacemos lo mismo para cada restricción que vayamos a estar usando cada vez que corramos el programa:



Y así simplemente teclear estas variables en el programa simplex:



Y también en las restricciones simplemente teclear la restricción "k#" que le corresponda, y solo ir cambiando los "mayor que, menor que o desigual":



Como puedes darte cuenta este es un gran programa para ayudarte a resolver los problemas que se te dejan en la materia de I.O.1 y de fácil manejo, te recomiendo que practiques los ejercicios que se dejan al final de éste manual para que adquieras habilidad a la hora de resolver tus tareas y si se te permite en exámenes y pruebas. Espero que este manual te haya sido de ayuda y que le des un buen uso.

## Ejercicios Propuestos

### Programación Lineal & Método Gráfico (2 variables)

Encuentra la solución directa con simplex, evaluando Z y también con el método gráfico. Todos los ejercicios siguientes tienen condición de no negatividad  $X_i > 0$ .

$$\text{Max}Z = X_1 + X_2 \quad \text{s. a.}$$

$$\text{a) } \begin{aligned} 5X_1 + 3X_2 &\leq 15 \\ 3X_1 + 5X_2 &\leq 15 \end{aligned}$$

$$\text{Max}Z = 10x + y \quad \text{s. a.}$$

$$\text{b) } \begin{aligned} x + 6y &\leq 50 \\ 12x + y &\leq 60 \end{aligned}$$

c) Un expendio de carnes de la ciudad acostumbra preparar la carne para albondigón con una combinación de carne molida de res y carne molida de cerdo. La carne de res contiene 80% de carne y 20% de grasa, y le cuesta a la tienda 80\$ por libra; la carne de cerdo contiene 68% de carne y 32% de grasa, y cuesta 60\$ por libra. ¿Qué cantidad de cada tipo de carne debe emplear la tienda en cada libra de albondigón, si se desea minimizar el costo y mantener el contenido de grasa no mayor de 25%?

$$\text{Max}Z = 2X_1 + X_2 \quad \text{s. a.}$$

$$\text{d) } \begin{aligned} 5X_1 + 8X_2 &\leq 68 \\ X_1 - X_2 &\leq 2 \\ X_2 &\leq 6 \end{aligned}$$

$$\text{Min}Z = X_1 + 8X_2 \quad \text{s. a.}$$

$$\text{e) } \begin{aligned} 2X_1 + 3X_2 &\geq 6 \\ -3X_1 + X_2 &\leq 1 \\ X_1 + X_2 &\leq 7 \\ X_1 - 3X_2 &\leq 1 \end{aligned}$$

$$\text{Max}Z = 2X_1 + X_2 \quad \text{s. a.}$$

$$\text{f) } \begin{aligned} -2X_1 + 2X_2 &\leq 3 \\ X_1 + X_2 &\leq 12/5 \end{aligned}$$

$$\text{Max}Z = 20X_1 + 10X_2 \quad \text{s. a.}$$

$$\text{g) } \begin{aligned} 20X_1 + 10X_2 &\geq 75 \\ 12X_1 + 7X_2 &\leq 55 \\ 25X_1 + 10X_2 &\leq 95 \end{aligned}$$

$$\text{Max}Z = 5X_1 + 6X_2 \quad \text{s. a.}$$

$$\text{h) } \begin{aligned} X_1 + X_2 &\geq 5/2 \\ X_2 &\geq 1 \end{aligned}$$

$$\text{Min}Z = 2x + 8y \quad \text{s. a.}$$

$$\text{i) } \begin{aligned} 2x + 4y &\geq 8 \\ 2x - 5y &\leq 0 \\ -x + 5y &\leq 5 \end{aligned}$$

$$\text{Min}Z = 0.6X_1 + X_2 \quad \text{s. a.}$$

$$\text{j) } \begin{aligned} 10X_1 + 4X_2 &\geq 20 \\ 5X_1 + 5X_2 &\geq 20 \\ 2X_1 + 6X_2 &\geq 12 \end{aligned}$$

$$\text{Min}Z = 60x + 80y \quad \text{s. a.}$$

$$\text{k) } \begin{aligned} x &\leq 8 \\ y &\leq 10 \\ x + y &\leq 9 \\ 4x + 5y &\geq 40 \end{aligned}$$

## Método Simplex

Encuentra la solución paso a paso con simplex, comprobando tus tablas a mano. Todos los ejercicios siguientes tienen condición de no negatividad  $X_i > 0$ .

$$\text{Min}Z = 6X_1 + 4X_2 + 2X_3 \quad \text{s. a:}$$

- a)  $6X_1 + 2X_2 + 6X_3 \geq 6$   
 $6X_1 + 4X_2 = 12$   
 $2X_1 + 2X_2 \leq 2$

$$\text{Max}Z = X_1 + 3X_2 + X_3 \quad \text{s. a:}$$

- b)  $X_1 + 2X_2 + 3X_3 \geq 7$   
 $X_1 - 2X_2 + 2X_3 \leq 5$   
 $-2X_1 + X_2 + X_3 \leq 13$   
 $3X_1 + X_2 + 7X_3 \geq 14$

$$\text{Min}Z = 2X_1 + 3X_2 + 5X_3 \quad \text{s. a:}$$

- c)  $X_1 + 2X_2 + 3X_3 \geq 7$   
 $3X_1 + 2X_2 + 3X_3 \geq 11$

$$\text{Max}Z = 2X_1 + 6X_2 + 3X_3 \quad \text{s. a:}$$

- d)  $X_1 + 2X_2 + 2X_3 \leq 25$   
 $2X_1 + X_2 + 3X_3 \leq 30$

$$\text{Min}Z = 10X_2 + 30X_3 + 40X_4 + 10X_5 + 20X_7 \quad \text{s. a:}$$

- e)  $3X_1 + 2X_2 + X_6 + X_7 = 5000$   
 $2X_4 + X_5 + X_6 = 15000$   
 $X_2 + 3X_3 + 2X_5 + X_6 + 2X_7 = 5000$

$$\text{Max}Z = 4X_1 + 5X_2 + 2X_3 - X_4 \quad \text{s. a:}$$

- f)  $X_1 + X_2 + 2X_3 - X_4 \geq 1$   
 $2X_1 + 2X_2 - 3X_3 + X_4 \leq 3$   
 $X_1 + 4X_2 + 3X_3 + 2X_4 \leq 5$

$$\text{Min}Z = 3X_1 - 9X_2 - 5X_3 - 4X_4 \quad \text{s. a:}$$

- g)  $X_1 + 4X_2 + 5X_3 + 8X_4 \leq 8$   
 $X_1 + 2X_2 + 6X_3 + 4X_4 \leq 4$

$$\text{Min}Z = X_1 - 2X_2 + 2X_3 \quad \text{s. a:}$$

- h)  $X_1 + X_2 - 2X_3 \leq 4$   
 $2X_1 - X_2 - X_3 \geq 3$

## Programación Entera

Resuelve los siguientes problemas de programación lineal **entera** pura por el método de ramificaciones, todos tienen condición de no negatividad  $X_i > 0$  y las variables  $X_i$  deben ser enteras:

$$\text{Min}Z = X_1 + X_2 \quad \text{s. a.}$$

$$\text{a) } \begin{aligned} X_1 + X_2 &\leq 1 \\ 4X_1 + 2X_2 &\geq 6 \end{aligned}$$

$$\text{Max}Z = X_1 + X_2 \quad \text{s. a.}$$

$$\text{b) } \begin{aligned} 3X_1 + 2X_2 &\leq 6 \\ 2X_1 + 4X_2 &\leq 8 \end{aligned}$$

$$\text{Max}Z = X_1 + 2X_2 \quad \text{s. a.}$$

$$\text{c) } \begin{aligned} X_1 + 2X_2 &\geq 0 \\ X_1 - X_2 &\geq 0 \end{aligned}$$

$$\text{Max}Z = 2X_1 + X_2 + X_3 \quad \text{s. a.}$$

$$\text{d) } \begin{aligned} X_1 + 2X_2 &\leq 2 \\ -X_1 + 4X_3 &\leq 4 \\ X_2 - X_3 &\leq 8 \end{aligned}$$

$$\text{Max}Z = X_1 + X_2 - 10X_3 \quad \text{s. a.}$$

$$\text{e) } \begin{aligned} X_1 + X_2 + X_3 &\geq 4 \\ X_1 - X_3 &\leq 2 \end{aligned}$$

$$\text{Min}Z = X_1 + X_2 + X_4 \quad \text{s. a.}$$

$$\text{f) } \begin{aligned} X_1 + X_3 &\leq 5 \\ X_2 - 2X_4 &\geq 6 \end{aligned}$$

$$\text{Max}Z = X_3 \quad \text{s. a.}$$

$$\text{g) } \begin{aligned} X_1 + X_2 &\geq 4 \\ X_2 + 3X_3 &\leq 2 \end{aligned}$$

$$\text{Max}Z = X_1 - X_2 \quad \text{s. a.}$$

$$\text{h) } \begin{aligned} X_1 &\leq 2 \\ -X_1 + X_2 &\leq 0 \\ X_2 &\geq 3 \end{aligned}$$

$$\text{Max}Z = 3X_1 + 4X_2 \quad \text{s. a.}$$

$$\text{i) } \begin{aligned} X_1 + X_2 &\leq 10 \\ -X_1 + X_2 &\leq 7 \end{aligned}$$

$$\text{Max}Z = 2X_1 + X_2 \quad \text{s. a.}$$

$$\text{j) } \begin{aligned} X_1 - X_2 &\leq 5 \\ 4X_1 + 3X_2 &\leq 10 \end{aligned}$$

$$\text{Max}Z = X_1 + 2X_2 \quad \text{s. a.}$$

$$\text{k) } 4X_1 + 2X_2 \leq 13$$

$$\text{Max}Z = 7X_1 + 10X_2 \quad \text{s. a.}$$

$$\text{l) } \begin{aligned} -X_1 + 3X_2 &\leq 6 \\ 7X_1 + X_2 &\leq 35 \end{aligned}$$

$$\text{Max}Z = 3X_1 + X_2 + 3X_3 \quad \text{s. a.}$$

$$\text{m) } \begin{aligned} -X_1 + 2X_2 + X_3 &\leq 4 \\ 4X_2 - 3X_3 &\leq 2 \\ X_1 - 3X_2 + 2X_3 &\leq 3 \end{aligned}$$

$$\text{Min}Z = X_1 - 2X_3 \quad \text{s. a.}$$

$$\text{n) } \begin{aligned} X_1 + X_2 &\leq 10 \\ 2X_2 + X_3 &\geq 7 \end{aligned}$$

$$\text{Min}Z = X_1 - 2X_3 \quad \text{s. a.}$$

$$\text{o) } \begin{aligned} X_1 + X_2 &\leq 10 \\ 2X_2 + 2X_3 &\leq 7 \end{aligned}$$

$$\text{Min}Z = X_1 - X_2 + X_3 \quad \text{s. a.}$$

$$\text{p) } \begin{aligned} -2X_1 - 3X_2 + X_3 &\leq 0 \\ -X_2 + X_3 &\leq 2 \end{aligned}$$

$$\text{Max}Z = X_1 - 2X_2 \quad \text{s. a.}$$

$$\text{q) } \begin{aligned} 2X_2 - X_3 &\leq 5 \\ X_1 - X_3 &\leq 10 \\ 3X_1 - X_2 &\leq 2 \end{aligned}$$

$$\text{Min}Z = -3X_1 + 7X_2 + 12X_3 \quad \text{s. a.}$$

$$\text{r) } \begin{aligned} -3X_1 + 6X_2 + 8X_3 &\leq 12 \\ 6X_1 - 3X_2 + 7X_3 &\leq 8 \\ 2X_1 + 3X_2 + 3X_3 &\leq 25 \end{aligned}$$

$$\text{Max}Z = 3X_1 + X_2 + 3X_3$$

$$\text{s) } \begin{aligned} -X_1 + 2X_2 + X_3 &\leq 4 \\ 4X_2 - 3X_3 &\leq 2 \\ X_1 - 3X_2 + 2X_3 &\leq 3 \end{aligned}$$

## Bibliografía

**Sitio Web:**

<http://actividadesinfor.webcindario.com/proli.htm>

[http://www.investigacion-operaciones.com/Problemas\\_Resueltos\\_PL.htm](http://www.investigacion-operaciones.com/Problemas_Resueltos_PL.htm)